DAS FÜNFTE BUCH

DER

CONICA DES APOLLONIUS VON PERGA

IN DER ARABISCHEN UEBERSETZUNG

DES

THABIT IBN CORRAH

HERAUSGEGEBEN,
INS DEUTSCHE ÜBERTRAGEN UND MIT EINER EINLEITUNG VERSEHEN

VON

L. M. LUDWIG NIX.

LEIPZIGER PROMOTIONSSCHRIFT.

LEIPZIG
DRUCK VON W. DRUGULIN
1889.

DAS FÜNFTE BUCH

DER

CONICA DES APOLLONIUS VON PERGA

IN DER ARABISCHEN UEBERSETZUNG

DES

THABIT IBN CORRAH

HERAUSGEGEBEN,
INS DEUTSCHE ÜBERTRAGEN UND MIT EINER EINLEITUNG VERSEHEN

VON

L. M. LUDWIG NIX.

LEIPZIGER PROMOTIONSSCHRIFT.

LEIPZIG
DRUCK VON W. DRUGULIN
1889.

Einleitung.

Von der κωνικά betitelten Schrift des Apollonius von Perga (um 200 v. Chr.) sind uns das erste bis siebente Buch in arabischer Sprache in verschiedener Gestalt erhalten. Nur von den vier ersten Büchern findet sich auch der griechische Text, während das achte und letzte Buch schon zur Zeit der arabischen Uebersetzer nicht mehr griechisch vorhanden war. Die Ersten nun unter den Arabern, die sich mit der Geometrie der Kegelschnitte beschäftigten waren die beiden Brüder Aḥmed und Ḥasan ibn Mûsa, welche um die Mitte und gegen Ende des dritten Jahrhunderts der Hegra dem Studium griechischer Autoren oblagen, und selbst Schriften über Gegenstände der mathematischen Wissenschaften in arabischer Sprache verfassten. Diese Brüder beabsichtigten eine Uebersetzung der Kegelschnitte des Apollonius zu veranstalten, wurden aber zuerst, wie sie in der Vorrede zu der nachher auf ihre Veranlassung verfertigten Uebersetzung selbst angeben, abgeschreckt durch die grosse Verderbnis, die der griechische Text in den ihnen vorliegenden Handschriften erlitten hatte. Deshalb verschoben sie die Ausführung ihres Vorsatzes. Inzwischen widmete sich aber Ḥasan fortwährend seinen mathematischen Studien und behandelte schliesslich auch die Cylinderschnitte, und fand dabei, dass dies eine passende Einführung in das Studium der Lehre von den Kegelschnitten sei. Darüber verfasste er auch eine Abhandlung und zwar kurz vor seinem Tode. Diese Abhandlung, die nach den Angaben in der oben erwähnten Vorrede der Söhne des Musa zu Apollonius zu urtheilen, vielleicht ähnlichen Inhalts war wie das

Buch des Serenus, de sectione cylindri, ist vermuthlich identisch mit einer in den arabischen Bibliographien angegebenen Schrift Ḥasan's über die „längliche runde Figur“ الشكل المدوّر المستطيل; vgl. dazu den Artikel Steinschneider's in der „Bibliotheca mathematica“, Stockholm 1887. p. 71. Später brachte dann Ḥasan's Bruder Aḥmed gelegentlich einer Reise nach Syrien noch eine einzige Handschrift der vier ersten Bücher in der Recension des Eutocius nach Irâk zurück, deren Studium ihn zum vollständigen Verständnis der drei letzten Bücher befähigte. Er stellte dann eine Anzahl Lehrsätze, deren man bei den Beweisen bedurfte, zusammen und verwies im Falle ihrer Anwendung auf dieselben. So liess denn Aḥmed den von ihm durcharbeiteten griechischen Text ins Arabische übersetzen, und zwar die vier ersten Bücher von Hilâl ibn abi Hilâl aus Ḥimṣ (Emessa), die drei übrigen von Thâbit ibn Ḳorrah dem Harrânier. Am Schlusse der obengenannten Vorrede, aus welcher das Wichtigste im Vorhergehenden erwähnt ist, wird noch bemerkt, dass die vier ersten Bücher nach den Verbesserungen des Eutocius, die drei letzten nach der Abfassung des Apollonius übersetzt seien.

Von der Uebersetzung dieser beiden Gelehrten ist uns nun eine ausgezeichnete Handschrift überkommen, nämlich der Cod. Bodleian. 943 (Uri). Nach der Unterschrift am Ende wurde diese Handschrift im Jahre der H. 702 (1301 p. Chr.) vollendet. Sie ist eine Copie einer Abschrift Ṭûsî's, des bekannten Mathematikers, die dieser im Jahre 645 (1248) vollendet hatte. Man darf also wohl erwarten, dass dieser Codex einen guten und richtigen mathematischen Text bietet, und er rechtfertigt diese Erwartung in vollem Maasse. Ausser dieser Handschrift findet sich noch eine in der Bodleiana (885), die drei letzten Bücher enthaltend, ist aber eine jüngere Abschrift aus der vorigen vom Jahre 1036 (1626). Von demselben Abschreiber und aus demselben Jahre stammt auch der Cod. Lugd. Bat. 14. Ferner besitzt die Bodleiana noch eine undatirte Handschrift, welche die Lehrsätze des fünften bis siebenten Buches ohne Figuren und ohne Beweise bietet, nämlich

939 (4). Sie ist aber, nach dem Duktus zu urtheilen, jüngeren Datums und nur Abschrift eines der vorgenannten Manuscripte. Die drei letzteren Handschriften sind für die Feststellung des Textes ohne Belang, da sie durch den erstgenannten Codex vollständig entbehrlich werden; Differenzen zwischen ihnen und dem erstgenannten beruhen nur auf Schreibfehlern und Auslassungen der Copisten. Dagegen bietet die erste Handschrift in kräftigen, ziemlich grossen Charakteren, die allerdings, sofern sie nicht Bezeichnungen der Figuren sind, jedes diakritischen Zeichens entbehren, einen guten und verlässlichen Text. Sie umfasst die erhaltenen sieben Bücher; vorher geht die oben im Auszug mitgetheilte Vorrede der Banu Musa, aus welcher Fihrist p. 266 f. einiges mitgetheilt ist; von der daselbst gemachten Angabe, dass von dem achten Buche vier Lehrsätze erhalten seien, steht in der erwähnten Vorrede nichts. Aus dieser Vorrede hat nach Hadji Chalfa V, 147 f. auch Taškӧprizade seine Angaben über die Uebersetzung des Apollonius entnommen. Nach der Vorrede folgen die (ersten) Definitionen und eine Anzahl Bemerkungen, welche die Entstehung der drei Kegelschnitte und einige darauf bezügliche mathematische Ausdrücke erläutern, also etwa den Inhalt des elften bis sechzehnten Satzes des ersten Buches und der auf diese folgenden „zweiten Definitionen" geben, ohne diese „zweiten Definitionen" an der Stelle wo sie im Griechischen stehen zu wiederholen. Hierauf folgen die schon vorhin erwähnten Sätze „zur Erleichterung des Verständnisses", welche die Lehre von den Proportionen behandeln. Alles Uebrige ist wie im Griechischen.

Von der Uebersetzung des Hilâl und des Thâbit machte nun Abu'l-Hosein 'Abd-el-melik ibn Muhammed el-Šîrâzî einen Auszug; die Zeit in welcher Abd-el-melik lebte, lässt sich nicht genau bestimmen. Jedenfalls war er ums Jahr 600 (1204) bereits gestorben, denn aus diesem Jahre stammt die älteste Abschrift seines Auszuges Cod. Bodl. 913 nach der Unterschrift derselben, in welcher nach den oben angeführten Namen die bekannte Formel رحمه الله steht. Doch dürfte muthmasslich sein Todesjahr keine fünfzig

Jahre früher fallen, da wohl sein Vater Muhammed, nicht aber sein Sohn Hosein in dem Suffix ـهما in der ebengenannten Formel mit inbegriffen sein wird, und der Schreiber gewiss رحمهم gesagt hätte, wenn auch der Sohn zu seiner Zeit bereits todt gewesen wäre. Wir dürften daher die Mitte des zwölften Jahrhunderts als beste Zeit des Abdelmelik annehmen. Die einzige Nachricht die wir ausserdem von ihm haben ist die, dass er einen Auszug مُخْتَصَر aus dem Almagest angefertigt habe, nach welchem Kutb-ed-dîn († 710), der denselben in seinem Werke دُرَّة التاج als den besten Auszug aus dem Almagest bezeichnet, seine persische Uebersetzung gemacht hat. Diese Angabe findet sich in persischer Sprache nach der Unterschrift des Auszugs in dem vorhin erwähnten Cod. Bodl. 913. Eine Abschrift hiervon ist der Cod. Lugd. Bat. 513 (1), in dem jedoch die Unterschriften fehlen. Weiter enthalten die beiden CC. Bodl. 987 und 988, der erstere die Abschrift des Textes, der andere die der Randbemerkungen des fünften bis siebenten Buches in ziemlich moderner Handschrift.

Dass dieser Auszug nun nach der erstgenannten Uebersetzung und nicht nach dem griechischen Originale angefertigt ist — wenn auch der Verfasser dasselbe noch kannte — ergiebt sich aus einer Vergleichung der beiden Arbeiten. In dem Gange der Beweise ist kein Unterschied und die Uebereinstimmung in zufälligen Dingen ist eine in die Augen fallende. So stimmen zum Beispiel die Bezeichnungen der Figuren, bis auf verschwindende Ausnahmen, vollständig überein; ebenso zeigen sich in der Terminologie viele Uebereinstimmungen, während die Verschiedenheiten hierin, bei dem grossen Spielraume den die arabische Sprache auch in dieser Beziehung bietet, in Verbindung mit der individuellen Sprachgewohnheit des Verfassers, kaum in Betracht kommen. Abdelmelik kannte die Arbeiten Hilâl's und Thâbit's sehr wohl, wie aus einer Randnote in den Handschriften derselben gleich zu Anfang des fünften Buches ersichtlich ist, die als von der Hand des Abdelmelik geschrieben, بخطّ عبد الملك vorgefunden wurde.

Da nun der griechische Text der drei letzten Bücher anscheinend auf immer verloren ist, so bleibt für die Beurtheilung der Uebersetzung derselben nur ein indirektes Kriterium, nämlich der griechische Text der vier ersten Bücher mit der Uebersetzung derselben von Hilâl ibn abi Hilâl. Dieser griechische Text ist bis jetzt in nur einer und zwar sehr seltenen Ausgabe vorhanden, nämlich der von Halley, Oxford 1710 fol. An diesen griechischen Text schliesst sich nun die Uebersetzung des Hilâl so eng an, dass man sicher behaupten kann, derselbe habe eine griechische Handschrift ganz derselben Art als Vorlage gebraucht; und dass die Araber bei ihren Ausgaben nicht sehr kritisch verfahren, sondern lieber sich an eine gute Handschrift halten, ist heute noch üblich und allgemein bekannt, und dürfte wohl auch zur Zeit der Uebersetzer so gewesen sein. Zwischen der Uebersetzung des ersten bis vierten Buches und der des fünften bis siebenten, ist nun in Bezug auf Sprache und Behandlung der einzelnen Sätze kein Unterschied wahrnehmbar, so dass wir annehmen dürfen, es habe auch der Uebersetzer der drei letzten Bücher sich einer Vorlage, die der von Hilâl benutzten entsprach, bedient und sich mit derselben Gewissenhaftigkeit daran gehalten wie jener. Eine Rückübersetzung der drei letzten Bücher, die mit Hülfe der vier ersten nicht allzuschwierig sein dürfte, würde in der That einen Text wie der durch Halley von den vier ersten Büchern veröffentlichte geben.

Ausser den vorerwähnten Uebersetzungen und dem Auszuge des Abdelmelik existiren nun noch aus späterer Zeit Ueberarbeitungen und Auszüge in arabischer und persischer Sprache. Zunächst aus dem Jahre 372 H (983) eine Ueberarbeitung des fünften bis siebenten Buches von Abu'l-fath ibn Mohammed al-Isfahâni in den beiden Cod. der Bibl. medic. 270 u. 275. Hiernach haben Abraham Echellensis und A. Borelli eine lateinische Uebersetzung angefertigt, die im Jahre 1661 zu Florenz erschien. Da es mir leider nicht möglich war die Florentiner Handschriften einzusehen, konnte ich mir nur nach dieser Uebersetzung ein Urtheil zu bilden versuchen. Diese Bearbeitung des Abulfath hat den Inhalt durch

Einführung einer nicht gerade einfachen Terminologie nicht zu seinem Vortheil wiedergegeben; die Anordnung der Sätze ist eine ganz freie, indem Sätze ähnlichen Inhalts zusammengezogen sind, allerdings mit Angabe der Nummer derselben, die sie in der ursprünglichen Aufeinanderfolge hatten. Der Verfasser behauptet zwar, was nicht richtig ist, er habe zuerst eine vollständige Uebersetzung des fünften bis siebenten Buches angefertigt; man kann hieraus aber wahrscheinlich schliessen, dass er wenigstens nach dem griechischen Original gearbeitet hat. Die übrigen Florentiner Handschriften, C. medic. 288, 296 und 308 geben eine persische Bearbeitung (296), einen Commentar (?) und einen nach dem Persischen angefertigten kurzen Auszug, sämmtlich aus dem 8. Jahrhundert H., von sonst nicht näher bekannten Verfassern.

Die von Casiri, Biblioth. arab. I, 382 und die von Loth, India Office 745 beschriebenen Handschriften konnte ich leider nicht benutzen und nach den spärlichen Angaben möchte ich nicht darüber urtheilen. Ausser den Genannten beschäftigten sich auch Hasan ibn Heitham und Ibrahim ibn Senan mit den Kegelschnitten des Apollonius, von ihren Arbeiten ist aber nichts erhalten. (S. Wenrich, de auctor. graec. version. etc. p. 302 unten.)

Die Angaben Wenrich's und die der betreffenden Handschriftencataloge erhalten durch die obengenannten Auseinandersetzungen, die sich auf persönliche Einsicht und Vergleichung der Handschriften stützen, einige Zusätze und Verbesserungen.

Wegen näherer Angaben über die wichtigsten der vorgenannten Uebersetzer und Bearbeitor der Kegelschnitte möge eine Verweisung auf Leclerc's Histoire de la médecine arabe, B. I, Paris 1876 genügen, der unter den betreffenden Namen das aus den Quellen Erreichbare giebt. Ueber die drei Banu Mûsa genannten Brüder existirt ausserdem von Steinschneider in dem oben erwähnten Aufsatz eine ausführliche Monographie.

Was nun die vorliegende Ausgabe und Uebersetzung des fünften Buches im Besondern betrifft, so soll sie zunächst ein Mittel an

die Hand geben, die von Halley angefertigte und im zweiten Bande seiner bereits erwähnten Ausgabe des griechischen Textes der vier ersten Bücher veröffentlichte Uebersetzung zu controlliren, ferner als Grundlage einer neuen Bearbeitung derselben dienen, die durch die grosse Seltenheit jenes Buches und das Interesse der Mathematiker gerechtfertigt erscheinen dürfte.

Bei der Anfertigung seiner Uebersetzung folgte Halley den obengenannten Handschriften der Bodleiana, welche die von Thâbit verfasste arabische Uebersetzung enthalten. Dabei stützte er sich mehr auf seine Kenntnisse in der Mathematik als auf jene in der arabischen Sprache, so dass er z. B. das zweite Drittel der Vorrede des Apollonius zum fünften Buche vollständig missverstanden hat. In den mathematischen Lehrsätzen und Beweisen hat er dann allerdings das Richtige getroffen, nur dass er gelegentlich eine Randbemerkung oder einen kurzen Zusatz von sich selbst in den Text zieht, oder kleine Veränderungen oder Auslassungen eintreten lässt, während aber durch all dieses der mathematische Inhalt nicht leidet. Eine neuere deutsche Bearbeitung des Halley'schen Buches erschien 1861 in Berlin von H. Balsam.

Im Gegensatz zu dem Werk Halley's ist die von Chr. Rau im Jahre 1669 veröffentlichte Uebersetzung des Auszuges des Abdelmelik eine flüchtige und verständnislose Arbeit. Seiner Ausgabe fehlen vor Allem die Figuren, die bei der äussersten Kürze des Auszuges ganz besonders zum leichteren Verständnis beitragen könnten. Ausserdem hat er aber auch häufig in den Beweisen einzelne Bezeichnungen der Figuren durch falsches Lesen seiner Handschrift verändert, so dass z. B. ein Punkt, den er zuerst *r* nennt, in der nächsten oder zweiten Zeile weiter *d* heisst, während dies bereits für einen andern Punkt angenommen war; unter Anderem lässt er einmal (im 45. Satze des V. Buches) von einer geraden Linie zwei Stücke abschneiden, so dass das eine dem anderen parallel ist, während im Text richtig *musâwij*[an] (gleich) steht, wo er *muwâzij*[an] las, und noch Anderes der Art.

Bei der vorliegenden Ausgabe des fünften Buches habe ich

mich nun genau an den Text, den der bereits erwähnte Cod. Bodl. 943 bietet, gehalten, weil er die älteste und beste Gestalt der arabischen Uebersetzung repräsentirt. Dieser Codex ist, nebenbei bemerkt, das von Halley in seiner Vorrede erwähnte älteste Golianische Exemplar. Die Sprache der Uebersetzung ist durchweg gutes und reines Arabisch, ohne Beimischung vulgärer Formen, vollständig nach den Gesetzen der alten Sprache. Die Fassung der Lehrsätze ist klar und präcis, so dass Zweideutigkeiten und Missverständnisse vollständig ausgeschlossen sind; man sieht daran, dass der Uebersetzer seine Vorlage sprachlich und inhaltlich vollständig erfasst und für Alles den äquivalenten arabischen Ausdruck zu finden wusste. Im Besonderen schliesst sich die Terminologie, nach den vier ersten Büchern zu urtheilen, fest an das Griechische an, und behält die einmal für einen griechischen Ausdruck gewählte Wiedergabe consequent bei. In Bezug auf Behandlung von Fällen, in denen durch die principielle Verschiedenheit der beiden Sprachen grössere oder kleinere Differenzen entstehen, möchte ich auf das vierte Capitel der Abhandlung Klamroth's über den arabischen Euklid, ZDMG. 35, p. 289 ff. verweisen, dessen Bemerkungen zum guten Theile auch hier gelten. Auf Einzelheiten komme ich bei der folgenden Erwähnung der Terminologie des fünften Buches zu sprechen.

Der Titel des Buches lautet sowohl in den Handschriften, als auch in den Bio- und Bibliographien durchgängig كتاب المخروطات لابلونيوس d. h. das Buch der Kegel von Apollonius, während der griechische Titel κωνικὰ στοιχεῖα ist. Diese Form des Namens des Apollonius ist jedenfalls die älteste und deckt sich mit dem Griechischen so genau wie möglich. Die andern Formen die gelegentlich einmal auftreten, wie بلينس (Fihrist und al-Ḳifti) und ابولونيوس (einmal bei Ibn abi Useibia) sind wahrscheinlich daraus verstümmelt. In der Vorrede der Banu Mûsa wird Apollonius als ein Mann von Alexandrien bezeichnet, während Abdelmelik in seiner Vorrede, die er theilweise aus jener der B. M. abgeschrieben hat, ihn einen Mann von Pergamus nennt. Diese Angaben scheinen

aus dem Vorwort des Apollonius zum ersten Buche genommen zu sein, wo beide Städte erwähnt werden; dass er aus Perga war ist in keiner arabischen Quelle angegeben. Die einzelnen Bücher des Werkes tragen die Bezeichnung مقالة, wie auch bei Werken anderer Griechen. Der einzelne Lehrsatz heisst regelmässig شَكْل (pl. أَشكال), womit nie die Figur bezeichnet wird. Der Ausdruck für letztere ist in der Regel صورة. (Vgl. über die beiden Ausdrücke den obengenannten Aufsatz in ZDMG. 35, p. 284 f.) Für Voraussetzung findet sich kein besonderes Wort, für Behauptung steht خبر; einmal werden beide unter dem Worte مثال (Beispiel) zusammengefasst. Die Behauptung wird bei Thâbit regelmässig durch فأقول أنّ = λέγω ὅτι, bei Abdelmelik durch فإنّ oder فإنّه = so ist etc. (was Rau durch: ergo si übersetzt) eingeleitet. Zu Anfang des Beweises steht bei Thâbit immer entweder برهان ذلك أنّ oder برهان ذلك أنّا, je nachdem ein Nomen oder Verbum folgt. عَكْس bedeutet die Umkehrung eines Satzes; die deductio ad absurdum تبيّن الاستحالة (Satz 64) beim indirekten Beweise wird eingeleitet durch فإن لم يكن كذلك فليكن الخ = denn wäre es nicht so, so sei etc. und schliesst mit هذا خُلْف = das ist ein Widerspruch, z. B. Satz 13 und öfter; der Beweis endigt gewöhnlich mit وذلك ما أردنا أن نُبيّن bei Thâbit und bei Abdelmelik mit وذلك ما أردناه. — Die Definitionen tragen die Ueberschrift الحدود, während auf die dem ganzen Werke vorausgeschickten einzelnen Lehrsätze (vgl. oben) in den Randnoten als auf die so und sovielte مُقدّمة hingewiesen wird. Da die Definitionen eine ziemliche Anzahl von geometrischen Ausdrücken erläutern, so habe ich sie, zugleich mit dem Griechischen, dem Text des fünften Buches vorangesetzt, um dabei auch Gelegenheit zu geben, das Arabische mit dem Griechischen zu vergleichen. In der Uebersetzung schliesse ich mich möglichst an das Arabische an. Zur grösseren Bequemlichkeit habe ich die einzelnen Definitionen

nach dem Griechischen numerirt. Man wird bemerken, dass das Arabische dem Griechischen in Bezug auf Präcision des Ausdrucks und Klarheit der Darstellung durchaus nicht nachsteht, dass sogar dem Arabischen gelegentlich der Vorzug gebührt. Ich schliesse nun hieran eine Uebersicht über die Terminologie des fünften Buches, indem ich die in den Definitionen erklärten Ausdrücke hier übergehe.

Was nun zunächst die Wiedergabe der Namen der drei Kegelschnitte, Parabel, Hyperbel und Ellipse betrifft, so haben dabei die arabischen Uebersetzer den Beweis geliefert, dass sie den Grund der Bezeichnungen klar eingesehen, und es ausserdem verstanden haben dafür den treffenden klassischen Ausdruck zu setzen. Die drei Schnitte heissen der Reihe nach القَطْعُ المُكَافِئُ; القَطْعُ الزَّائِدُ und القَطْعُ النَّاقِصُ also etwa sectio aequans, sectio superans und sectio deficiens. Rein grammatisch betrachtet sind nun diese drei Participien je Apposition des vorhergehenden Substantivs; der Bedeutung nach liegt aber in ihnen das Prädikatsverbum zu einem ausgelassenen Subject; dieses Subject, sowie das Object des Prädikatsverbums sind bei der Auflösung des Participiums durch einen Relativsatz, aus dem 11., 12. und 13. Satze des ersten Buches zu ergänzen, also etwa: der Schnitt, in welchem das Quadrat einer Ordinate etc. — Der allgemeine Ausdruck für Kegelschnitt ist قَطْعُ مَخْرُوطٍ; die Schnittlinie heisst خَطُّ القَطْعِ; die beiden Asymptoten sind الخَطَّانِ اللَّذَانِ لا يقعان على القطع d. h. die beiden Linien die nicht auf den Schnitt treffen. Für das Uebrige möge die folgende Zusammenstellung genügen:

Punkt, σημεῖον: نُقْطَةٌ، مَوْضِعٌ; Linie γραμμή خَطٌّ pl. خُطُوطٌ; gerade Linie εὐθεῖα خَطٌّ مُسْتَقِيمٌ oder خَطٌّ allein; Fläche ἐπίπεδον سَطْحٌ auch Parallelogramm oder Rechteck; Winkel γωνία زاوِيَةٌ pl. زَوَايَا; einen Winkel bilden (Linie mit einer andern) أَحْدَثَ زاوِيَةً; einen Winkel einschliessen περιέχειν أَحَاطَ بِزاوِيَةٍ; spitzer

(ὀξύς) Winkel زاوية حادّة; rechter (ὀρθός) Winkel زاوية قائمة; stumpfer (ἀμβλύς) Winkel زاوية منفرجة; Nebenwinkel παρακειμένη الزاوية التى تلى زاوية; gleich ἴσος مثل ،مساوٍ; einander gleiche (Linien) متساوية; Senkrechte κάθετος عمود pl. أعمدة; senkrecht errichtet werden auf على زاوية قائمة على أُقيم; senkrecht stehen قام على زاوية قائمة; eine Parallele zu ... παράλληλος خطّ موازٍ لِ; einander Parallele خطوط متوازية; ähnlich ὅμοιος شبيه; einander ähnliche (Flächen) متشابهة; Dreieck τρίγωνον مثلّث; Viereck τετράπλευρος سطح ذو أربعة أضلاع; Quadrat τετράγωνον مربّع; Seite πλευρά ضلع pl. أضلاع; Grundlinie, Basis βάσις قاعدة; Parameter = latus rectum ὀρθία الضلع القائم; Querdurchmesser διάμετρος πλαγία القطر المجانب; eben ἐπίπεδος مستوٍ; Kreis κύκλος دائرة; Kreisumfang الخطّ المحيط بدائرة; Centrum κέντρον مركز; beschreiben ἀναγράφειν رسم; einen Kreis beschreiben خطّط دائرة oder أدار دائرة; Tangente ἐπιψαύουσα خطّ مماسّ; Quadrant τεταρτημόριον ربع pl. أرباع; ziehen (Linie) ἄγειν, διάγειν, ἐπιζευγνύειν وصل بخطٍّ ،أخرج; ausgehen خرج; hindurchgehen lassen διάγειν أجاز على; hindurchgehen ἄγεσθαι مرّ(ب); einen Punkt treffen ἐμπίπτειν وقع على نقطة; verlängern ἐκβάλλειν أخرج ،أنفذ; in gerader Richtung verlängern أخرج على استقامة; eine angesetzte (προσαρμόζειν) Linie خطّ موصول; Endpunkt πέρας طرف pl. أطراف; erreichen, bis wohin reichen προσπίπτειν, καταντᾶν انتهى الى; Punkt bis zu dem eine Linie reicht منتهى pl. نهايات; Schnittpunkt ملتقًى; Fusspunkt مسقط; Scheitel κορυφή رأس; Theil, Abschnitt, Segment τμῆμα قطعة; doppelt διπλοῦν ضعف — مثلان; grösser als a um b: أعظم من ا بمثل ب; a übertrifft (ὑπερέχειν) b um c: يزيد ا على ب بمقدار ج; die Summe (τὸ ὅλον) von a und b: ا و ب مجموعان oder اذا جمعا;

addiren προστιθέναι جمع; subtrahiren ἀφαιρεῖν نقص; Differenz (ὑπεροχή) zwischen a u. b: فَضْلُ مَا بين ا و بين ب; زيادة آ على بَ; Multiplication ضرب; multipliciren πολλαπλασιάζειν ضَرَبَ; Rest τὸ λοιπόν الباقى; Produkt aus a und b: ὁ ἀριθμὸς γενόμενος ἐκ الّذى يكون من ضرب آ فى بَ; المُجْتَمَعُ; الذى يُجْتَمَع من ضرب آ فى بَ; doppeltes Produkt الذى يكون من ضرب آ فى بَ مَرَّتَيْن; Rechteck aus ab und bg, ὀρθογώνιον, سَطْحُ اب فى بج; angenommen werden εἰλῆφθαι تُعْلَمَ; angenommen προτεθῆς مَوْضوع; construiren κατασκευάζειν عمل; machen (gleich etc.) جَعَلَ, pass. auch صُيِّرَ; gemeinsam setzen (auf beiden Seiten einer Gleichung) جعل مُشْتَرِكًا; ergänzen συμπληροῦν تَمَّمَ; Ergänzung تمام; schneiden τέμνειν قطع, auch abschneiden = فصل ἀφαιρεῖν, pass. انفصل; einander schneiden τέμνειν ἀλλήλους تقاطع; theilen διαιρεῖν قسم; in 2 Theile theilen قسم بقسمين; halbiren δίχα διαιρεῖν قسم بنصفين; beliebig viele (Linien) ὁποσοιοῦν خطوط كم كانت; ein beliebiger Punkt نقطة كيف ما وقعت; proportional ἀνάλογον مناسب; einander proportional مُتَنَاسِبَة; die beiden mittleren Proportionalen zu zwei Linien خطّان مناسبان لخطّين فيما بينهما; Verhältnis von a zu b: نسبة آ الى بَ; zusammengesetztes Verhältnis (dessen Glieder Produkte sind) λόγος συγκειμένος نسبة مُؤَلَّفة — zusammensetzen = συνθέντι: بالتركيب oder إِذَا رَكَّبْنَا d. h. die Veränderung von $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ in $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; Division = διελόντι بالتفصيل oder اذا فصّلنا d. h. die Veränderung von $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ in $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; Conversion = ἀναστρέψαντι إِذَا قَلَبْنَا oder بالقلب; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ zu $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$; Umstellung = ἀνάπαλιν = اذا خالفنا d.h. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ zu $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$; Vertauschung (der inneren Glieder) ἐναλλάξ

بَدَّلْتَ اذا oder بالتبديل oder بَدَّلْنا اذا d. h. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ zu $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$; — mit فِى نِسْبَةٍ ٱلْمُسَاوَاة = δι' ἴσου wird auf die Entwickelung einer dritten Proportion aus zwei gegebenen hingewiesen, nach folgendem Schema:

$$\begin{array}{c} a : b = c : d \\ e : a = f : c \\ \hline e : b = f : d \end{array}$$

Mit der Formel إذا نقصنا الأقلين من الاكثرين أو جمعنا wofür einmal اذا جمعنا النسب او فصلناها (S. 59) steht, wird die Veränderung von $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ zu $\frac{a \pm c}{b \pm d}=\frac{a}{b}$ bezeichnet. النِّسَب als pl. von نسبة in der eben erwähnten Stelle ist also offenbar als die „homologen Glieder“ der Proportion zu verstehen, durch deren Benennungen (مقدّم = ἡγούμενος und تالٍ = ἑπόμενος) es auch Abdelmelik an der entsprechenden Stelle ersetzt.

Besondere Beachtung verdient ein Ausdruck der ganz genau dem Griechischen nachgebildet ist, nämlich die Worte هذا الخط يقوى على الخ z. B. im ersten Satze, in der Bedeutung: das Quadrat dieser Linie ist gleich etc., worin nur eine direkte Uebersetzung des griechischen ἡ γραμμὴ δύναται liegen kann. Vgl. ZDMG. 35, p. 290. Die Araber haben hierbei einen Weg eingeschlagen, den auch die Syrer und auch occidentalische Völker bei Gelegenheit der Wiedergabe griechischer Kunstausdrücke gegangen sind, indem sie einem Worte ihrer Sprache, das sich in der allgemeinen Bedeutung mit dem zu übersetzenden deckte, die demselben als Kunstausdruck eigenthümliche Bedeutung beilegten, wodurch es dann auf dieselbe Weise, nämlich durch Specialisirung der Bedeutung ein term. techn. wurde, wie das griechische Original selbst.

Hier möchte ich auch einige offenbar verderbte Stellen und den meiner Meinung nach richtigen Wortlaut anführen. Die erste ist im sechsten Satze des V. Buches bald zu Anfang und lautet: وكلّ واحد منها يزيد عليه بمثل السطح الخ und kann nach dem

Beweise nur bedeuten: das Quadrat einer jeden von ihnen (statt: eine jede von ihnen) übertrifft das Quadrat derselben (statt: dieselbe) um die Fläche etc.; da eine Linie eine andere nicht um eine Fläche übertreffen kann, glaube ich dass hier, wie ich auch in Uebereinstimmung mit Halley übersetzt habe, zu lesen ist: ومربع كلّ احد منها يزيد على مربعه بمثل السطح الخ, was durch den Schluss des Beweises nahe gelegt wird. Es ist freilich auffallend, dass sowohl hier wie in der folgenden Stelle von Tûsi nicht durch eine Randnote auf den wahren Sachverhalt hingewiesen ist, während er dies bei unbedeutenderen Dingen, z. B. bei einer falschen Verweisung auf einen im Beweis angewandten Lehrsatz thut.

Die zweite Stelle ist am Anfang des achten Satzes und ähnlichen Inhaltes. Sie lautet: وفضل ما بينها وبينه مثل المربع الخ; hier dürfte der Anfang des Satzes auf die folgende Veränderung hinweisen: وفضل ما بين مربعاتها وبين مربع الخط الاقصر مثل المربع الخ d. h. die Differenz zwischen ihren Quadraten (statt: zwischen ihnen) und dem Quadrat der kürzesten Linie (statt: zwischen ihr) ist gleich dem Quadrat etc.

Endlich ist im 54. Satze am Anfang des Beweises nach الضلع القائم zu ergänzen: ولتَكُنْ نسبةُ د ح إلَى ه ح كنسبةِ القُطْر الجانب إلى الضلع القائم. Diese Worte fehlen in den Handschriften, sind aber dem Zusammenhange nach nothwendig und finden sich auch in dem Auszug des Abdelmelik an dieser Stelle.

Was nun die Figuren betrifft, so habe ich sie der deutschen Uebersetzung beigegeben, und zwar in derselben Gestalt, wie ich sie in den Handschriften vorgefunden habe. Sie weichen etwas von der bei uns üblichen Darstellung ab, indem sie fast durchweg Spiegelbilder oder sonst Umkehrungen der unsrigen sind, wie man durch eine Vergleichung der bei Halley gegebenen sehen kann. Vergl. ZDMG. 35, p. 287. Auch die Bezeichnungen habe ich ganz beibehalten, indem ich mich bei der Transscription der arabischen Zeichen der bei uns allgemein üblichen Methode bediente, nur dass ich statt der nicht zu verwendenden Buchstaben alif (ا) und

'ain (ع) bezüglich *a* und *e* setzte. Als Bezeichnungen der Figuren werden sämmtliche Buchstaben des arabischen Alphabets verwandt und wo die einzelnen nicht ausreichen, hilft man sich durch Zusammensetzungen von *l* mit irgend einem Buchstaben z. B. *lb*, *lz*, wie im 45. Satze. Die Buchstaben treten im Texte zu dem Worte für die Figur die sie bestimmen in ein Genitivverhältnis, z. B. die Linie *ab* = خَطُّ اب; da bei Anwendung aller Buchstaben leicht Missverständnisse eintreten könnten, wenn alle diakritischen Zeichen fehlten, so haben die Araber um dem vorzubeugen, theilweise die Gestalten der Charaktere etwas verändert oder andere Zeichen eingeführt; so unterscheidet sich z. B. *ǵ* von *ḥ* durch die Verkürzung des nach unten geführten Zuges, z. B. ج = *ǵ* und ح = *ḥ*, während *ḫ* durch den übergesetzten Punkt kenntlich wird خ; *r* und *z* unterscheiden sich durch das übergesetzte Zeichen ˇ oder einen untergesetzten Punkt, also ر̌ = *r* und ر̣ = *z* u. a. m.

Als Zusätze der arabischen Uebersetzer haben wir höchstwahrscheinlich nur die Verweisungen auf angewandte Lehrsätze desselben Werkes zu nehmen, da sie in dem griechischen Text der vier ersten Bücher ganz fehlen.

Die Definitionen.

1. Zieht man zwischen irgend einem Punkte und der Umfangslinie eines Kreises eine gerade Linie, ohne dass der Kreis und der Punkt in derselben Ebene liegen, und verlängert man die Gerade nach beiden Seiten, befestigt den Punkt so dass er seinen Platz nicht verlässt und lässt die Gerade auf der Peripherie des Kreises herumgehen bis sie an den ersten Punkt von dem sie ausging zurückkehrt, so nenne ich jede von den beiden Flächen, welche die Linie deren Durchgangspunkt im Kreise herumgeführt wird beschreibt, und deren jede das Gegenstück der andern, und fähig ist ins Unendliche fortgesetzt zu werden, wenn nämlich die Linie ins Unendliche verlängert wird, eine Kegelfläche; und 2. den festen Punkt Scheitel einer jeden der beiden Kegelflächen. 3. Die Gerade welche durch diesen Punkt und den Mittelpunkt des Kreises geht, nenne ich Axe der Kegelfläche. 4. Die Figur, welche der Kreis und die Kegelfläche die zwischen dem Scheitelpunkt und dem Kreise ist, einschliesst, nenne ich einen Kegel. 5. Den Punkt aber, welcher der Scheitel der Kegelfläche ist, nenne ich ebenfalls Scheitel des Kegels. 6. Die Linie, welche vom Scheitel des Kegels nach dem Mittelpunkt des Kreises geht, nenne ich Axe des Kegels, und 7. den Kreis nenne ich Basis des Kegels. 8. Ferner nenne ich den Kegel rechtwinkelig (gerade), wenn seine Axe auf seiner Basis senkrecht steht; und 9. ich nenne ihn schief, wenn seine Axe auf der Basis nicht senkrecht steht. 10. Zieht man von einem beliebigen Punkte einer krummen Linie, die in einer und derselben Ebene liegt, irgend eine Gerade in ihrer Ebene, welche alle Linien

halbirt, die in der krummen Linie parallel zu einer angenommenen Linie so gezogen werden, dass ihre Endpunkte die Curve treffen, so nenne ich diese Gerade einen Durchmesser der Curve; und 11. den Endpunkt jener Geraden, der auf die Curve fällt, nenne ich Scheitel der Curve. 12. Die einander parallelen Linien die wir beschrieben haben nenne ich Ordinaten jenes Durchmessers. 13. Ebenso nenne ich bei zwei in derselben Ebene liegenden Curven den zwischen beide fallenden Theil derjenigen Geraden welche die in beiden Curven irgend einer Linie parallel gezogenen Geraden halbirt, einen Querdurchmesser. 14. Die beiden Endpunkte des Querdurchmessers, die auf den beiden Curven liegen, nenne ich die beiden Scheitel der zwei Curven. 15. Ferner nenne ich die Gerade, welche zwischen beide Curven fällt und auf dem Querdurchmesser steht und sämmtliche Parallelen, die zwischen beiden Curven gezogen werden und deren Endpunkte die beiden Curven erreichen, halbirt, einen geraden Durchmesser. 16. Die parallelen Linien nenne ich Ordinaten des geraden Durchmessers. 17. Wenn aber zwei gerade Linien Durchmesser einer oder zweier Curven sind, und wenn jede von ihnen die der anderen parallelen Linien halbirt, so nenne ich sie beide conjugirte Durchmesser. 18. Ich nenne die Gerade, wenn sie ein Durchmesser einer oder zweier Curven ist, und auf den Parallelen, das heisst den ihr zugehörigen Ordinaten senkrecht steht, eine Axe einer oder zweier Curven. 19. Und die zwei Durchmesser, wenn sie conjugirte sind und jeder von ihnen die dem anderen parallelen Linien unter rechten Winkeln schneidet, nenne ich conjugirte Axen einer oder zweier krummen Linien.

Uebersetzung.

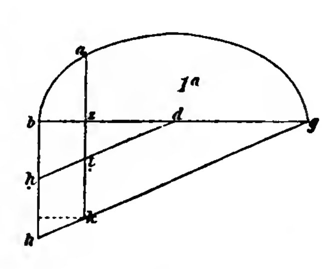
Das fünfte Buch des Apollonius über die Kegel.

Uebersetzt von Thâbit ibn Ḳorrah, verbessert von den Banû Mûsâ.

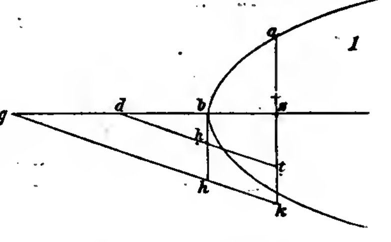
Von Apollonius an Attalus. Der Friede mit dir! Ich habe in diesem fünften Buche Sätze niedergelegt über die grössten und kleinsten Linien; dabei ist aber nothwendig zu wissen, dass sowohl diejenigen die uns vorangegangen sind, als auch unsere Zeitgenossen die Betrachtung der kürzesten Linien nur oberflächlich behandelt haben und so bewiesen, welche von den geraden Linien die Schnitte berühren und auch das Gegentheil davon, d. h. welche Eigenschaften den Tangenten zukommen, so dass die Linien bei denen solche Eigenschaften vorkommen Tangenten sind. Was uns nun betrifft, so haben wir diese Dinge im ersten Buche bewiesen, — ohne indessen bei ihrem Beweise von der Lehre von den kürzesten Linien Gebrauch zu machen, — indem wir wünschten dies nahe bei der Stelle einzuordnen, wo wir von der Entstehung der drei Kegelschnitte handelten, um dabei zu zeigen dass bei jedem einzelnen von den drei Schnitten zahllose Erscheinungen und Nothwendigkeiten auftreten, wie bei den ersten (d. h. Quer-) Durchmessern. Was nun die Sätze betrifft, in denen wir über die kürzesten Linien sprechen, so haben wir sie abgesondert und einzeln für sich behandelt nach sorgfältiger Prüfung, und haben die Betrachtung derselben an die oben erwähnte Betrachtung der grössten Linien angeschlossen, weil wir glaubten, dass die dieser Wissenschaft Beflissenen ihrer bedürften zur Kenntnis der Eintheilung

und Determination der Aufgaben sowohl als zu ihrer Composition, ungeachtet sie an sich selbst die Berechtigung tragen eins von den Dingen zu sein, welche eine genauere Betrachtung verdienen. Sei gegrüsst.

I. Wenn man bei einer Hyperbel oder Ellipse in dem Endpunkt eines Durchmessers die Hälfte des zu diesem Durchmesser gehörenden Parameters als Loth errichtet, und von dessen Endpunkt eine Linie nach dem Mittelpunkt des Schnittes, und von einem Punkt des Schnittes eine Ordinate auf den Durchmesser zieht, so ist das Quadrat dieser Linie gleich dem Viereck, welches auf der Hälfte des Parameters so errichtet wird wie wir in dem „Beispiel" erwähnen werden. Es sei also die Hyperbel oder Ellipse *ab*, der Durchmesser *bg*, der Mittelpunkt *d*, der Parameter des Schnittes *bh*; die Hälfte von *bh* sei *bḥ* und ziehen wir die Linie *dḥ* und eine Ordinate, bezeichnet *az*; ziehen wir ferner vom Punkte *z* eine Linie parallel *bh* bezeichnet *zṭ*, so behaupte ich dass das Quadrat von *az* gleich der doppelten Fläche *bḥṭz* ist.

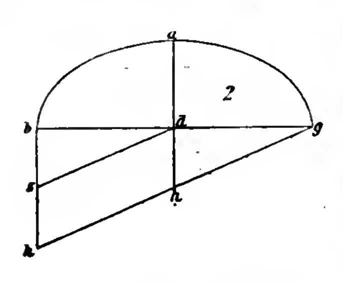


Beweis: Ziehen wir vom Punkte *h* die Linie *hg* so ist die Linie *dḥ* parallel der Linie *hg*, weil die Linien *bh* und *bg* in den Punkten *d* und *ḥ* halbirt wurden. Verlängern wir nun die Linie *zṭ* bis nach *k* so ist *ṭk* parallel der Linie *hḥ* und derselben gleich; *hḥ* ist aber gleich *bḥ*, daher ist auch *bḥ* gleich *ṭk*. Setzen wir nun *zṭ* gemeinsam, so ist die Linie *zk* gleich den beiden Linien *bḥ* und *zṭ* zusammen, folglich auch das Produkt aus *zk* mit *bz* gleich dem aus *bḥ* und *zṭ* zusammen mit *bz*. Nun ist aber die Fläche welche aus dem Produkte von *kz* mit *bz* entsteht gleich dem Quadrat der Linie *az* nach I. 12 u. 13. Daher ist auch die Fläche welche aus dem Produkte der Summe von *bḥ* und *zṭ*



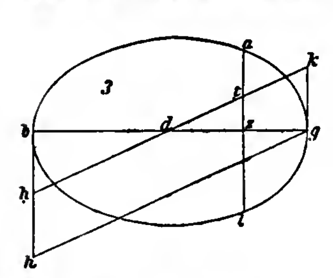
mit bz entsteht, gleich dem Quadrat von az; die Fläche welche aus dem Produkte von bh und zt mit bz entsteht ist aber gleich der doppelten Fläche $bzth$; folglich ist das Quadrat von az gleich der doppelten Fläche $bzth$.

II. Wenn nun die Ordinate durch den Punkt d, nämlich den Mittelpunkt in der Ellipse geht, und man macht bh doppelt so gross als bz und man zieht die Linie dz so ist das Quadrat von ad gleich dem doppelten Dreieck bzd.



Beweis: Ziehen wir die Linie gh so ist bz gleich zh und zh gleich dh welches parallel bh ist; daher ist das Produkt von dh mit db gleich dem doppelten Dreieck dzb; das Produkt von dh mit db ist aber gleich dem Quadrat von ad nach I. 13, also ist das Quadrat von ad gleich dem doppelten Dreieck bzd.

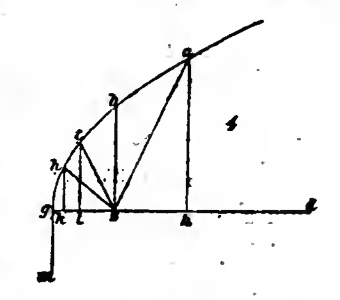
III. Wenn die Ordinate in der Ellipse auf die andere Seite des Mittelpunktes d fällt, wie die Linie az und man nimmt die Hälfte von bh, welches der Parameter ist, gleich bh und zieht die Linie hd und verlängert sie in gerader Richtung, zieht ferner vom Punkte z eine Parallele zu bh, bis sie die Linie hd trifft, bezeichnet mit zt, so ist das Quadrat von az gleich der doppelten Differenz der beiden Dreiecke bdh und dzt.



Beweis: Ziehen wir vom Punkte g eine Parallele zu bh, nämlich gk, und verlängern wir hd bis sie die Linie gk im Punkte k trifft, vollenden wir ferner den Schnitt ab und verlängern az in gerader Richtung nach l so ist das Quadrat von zl gleich der doppelten Fläche $gktz$ wie V. 1 bewiesen ist. Die Linie zl ist aber gleich der Linie az; folglich ist das Quadrat von az gleich dem doppelten Viereck $gktz$; dieses Viereck $gktz$ ist aber die Differenz der beiden Dreiecke gkd und dtz. Das Dreieck gkd ist aber gleich dem Dreieck dbh, weil bd gleich dg

ist; also ist das Quadrat von az gleich der doppelten Differenz der beiden Dreiecke dbh und dzt. q. e. d.

IV. Nimmt man auf der Axe einer Parabel einen Punkt an, dessen Entfernung vom Scheitel des Schnittes gleich der Hälfte des Parameters ist und zieht man von diesem Punkte Linien an den Schnitt, so ist die kürzeste derselben die Linie welche an den Scheitel des Schnittes geht; die ihr näher liegenden sind kürzer als die entfernteren und ihre Quadrate sind grösser als das Quadrat derselben (kürzesten) um das Quadrat der Abscisse welche die von dem Endpunkte einer jeden Linie nach der Axe gezogene Ordinate von der Axe nach dem Scheitel des Schnittes zu abschneidet. Es sei also gh die Axe der Parabel und gz gleich der Hälfte des Parameters. Ziehen wir nun vom Punkte z an den Schnitt abg die Linien zh; zt; zb; za, so behaupte ich dass die kürzeste der vom Punkte z an den Schnitt abg gezogenen Geraden die Linie gz ist und dass jede nähere kürzer ist als die entferntere; das Quadrat einer jeden von ihnen ist aber gleich dem Quadrate von gz vermehrt um das Quadrat der Linie zwischen dem Punkte g und dem Fusspunkte der zugehörigen Ordinate.

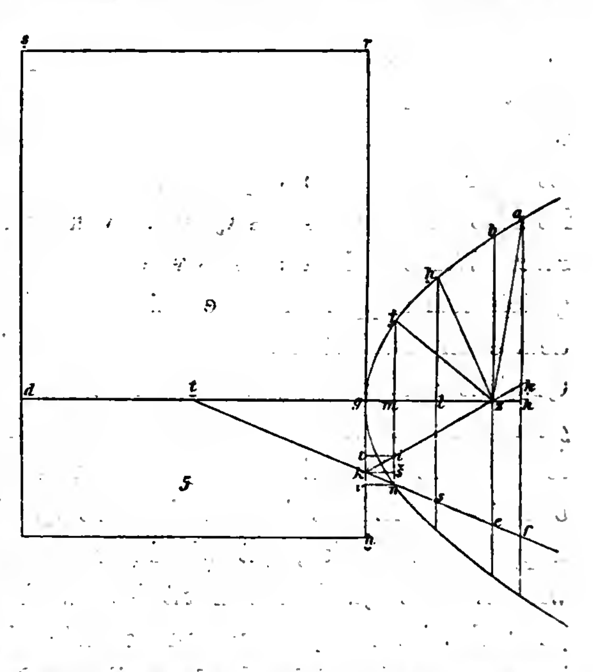


Beweis: Ziehen wir die Ordinaten hk; tl, und sei gm gleich dem halben Parameter; daher ist gz gleich der Linie gm; nun ist aber das doppelte Rechteck aus gm und gk gleich dem Quadrat von kh nach I. 11 und das doppelte Rechteck aus gm und gk gleich dem doppelten Produkt aus zg und gk; also ist das Quadrat von kh gleich dem doppelten Produkt aus gz und gk und das doppelte Produkt von gk mit gz, zusammen mit dem Quadrat von kz gleich den beiden Quadraten von kz und kh; diese beiden Quadrate sind aber gleich dem Quadrat von zh; folglich ist das doppelte Rechteck aus zg und gk, zusammen mit dem Quadrat von zk gleich dem Quadrat von zh; daher ist das Quadrat von zh grösser als das Quadrat von zg um das Quadrat gk; daraus erhellt dass

tz grösser ist als zh und zh als zg; die Linie zg ist daher die kürzeste und die ihr näheren sind kürzer als die entfernteren; ferner ist bewiesen dass die Differenz zwischen dem Quadrate einer jeden von ihnen und dem Quadrat der kürzesten Linie gleich ist dem Quadrat derjenigen Linie welche die von den Endpunkten derselben auf die Axe gezogenen Ordinaten nach dem Scheitel des Schnittes zu abschneiden. q. e. d.

V. Wird ein Punkt auf der Axe der Hyperbel angenommen und seine Entfernung von dem Scheitel des Schnittes gleich dem halben Parameter gemacht, so zeigt sich hierbei dasselbe wie bei der Parabel, nur dass der Ueberschuss der Quadrate der Linien über das Quadrat der kürzesten gleich ist einem Rechteck welches construirt wird über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und zwischen dem Scheitel des Schnittes und welches ähnlich ist der Fläche welche der Querdurchmesser und eine der Summe des Querdurchmessers und des Parameters gleiche Linie bestimmt, so zwar dass der Querdurchmesser der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und dem Scheitel des Schnittes entspricht. Sei also eine Hyperbel gegeben, bezeichnet ag, ihre Axe gh, und sei die Hälfte des Parameters gz. Ziehen wir nun vom Punkte z an den Schnitt abg beliebig viele Linien, nämlich za; zb; zh; zt, so behaupte ich dass die Linie gz die kürzeste der Linien ist, die vom Punkte z an den Schnitt gezogen werden, und dass die ihr näheren kürzer sind als die entfernteren; ferner dass das Quadrat von gz kleiner ist als das Quadrat von je zt; zh; zb; za um das Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und dem Punkte g errichtet wird, und welches ähnlich ist dem Rechteck dessen Umfangslinien dg d. h. der Querdurchmesser des Schnittes und eine der Summe des Querdurchmessers dg und des Parameters gleiche Linie sind. Es sei noch gh der Parameter und gk die Hälfte davon, und der Mittelpunkt des Schnittes t. Beweis: Ziehen wir die Ordinaten auf gh und verlängern sie, nämlich tmn; hls; ahf, ziehen die Ordinate bz nach e und ziehen zu gm zwei Parallele, nämlich ks und vn, so ist das

Quadrat von *ṭm* gleich dem doppelten Viereck *gknm*, wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen, und das Quadrat von *zm* ist gleich dem doppelten Dreieck *zmi* weil *zm* gleich *mi* ist, da *gk* und *gz* einander gleich sind; ferner ist das Quadrat von *ṭz* gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke *gkz* und *kni*, weil es gleich ist der Summe der Quadrate von *ṭm* und *mz*. Nun ist aber das Quadrat von *gz* gleich dem doppelten Dreieck *gkz*, weil *gz* gleich *gk* ist und das Viereck *vnit* ist gleich dem doppelten Dreieck *ikn*; also ist das Quadrat von *gz* kleiner als das Quadrat von *ṭz* um das Viereck *tvni*; ferner verhält sich *dg* zu *gḫ* wie *ṭg* zu *gk* und *ṭg* verhält sich zu *gk* wie *kš* zu *šn*; *kš* ist aber gleich *ši*, weil *im* gleich *mz* ist, und dies weil *gk* gleich *gz* ist; also verhält sich *dg* zu *gḫ* wie *ši* zu *šn* und wenn wir „umstellen" wird das Verhältnis von *šn* zu *ši* wie das von *ḫg* zu *gd* und wenn wir „zusammensetzen" verhält sich *gḫ* und *gd* zusammen zu *gd* wie *ni* zu *ši*. Die Linie *ši* ist nun gleich der Linie *ti*; also ist das Verhältnis von *ni* zu *ti* gleich dem von *ḫg* und *gd* zusammen zu *gd*. Verlängern wir nun die Linie *ḫg* nach *r* so dass *gr* gleich der Linie *gd* ist, so ist das Verhältnis von *ni* zu *ti* gleich dem von *ḫr* zu *rṣ*; diese proportionalen Seiten schliessen gleiche Winkel ein; also sind die beiden Rechtecke *iv* und *ḫṣ* einander ähnlich und die Linie *ti* welche der Linie *gm* gleich ist entspricht der Linie *rṣ*, welche der Linie *gd* gleich ist. Das Rechteck welches über *gm* errichtet wird und ähnlich ist dem Rechteck

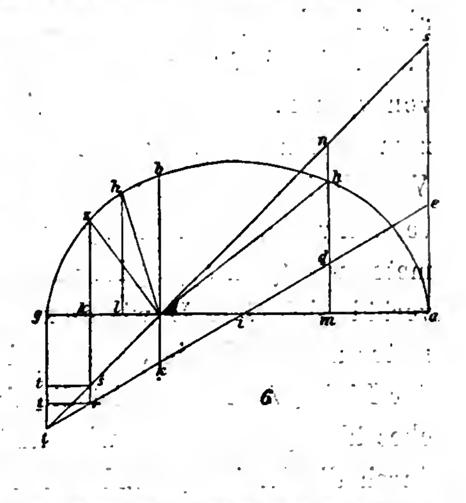


welches dg und eine der Summe von dg und dem Parameter gleiche Linie als Umfangslinien hat ist das Rechteck iv; das Quadrat von tz ist also grösser als das Quadrat von gz um das Rechteck welches über gm construirt wird und demjenigen ähnlich ist, das als Umfangslinien gd und eine der Summe von gd und dem Parameter gleiche Linie hat. — Auf gleiche Weise erhellt dass das Quadrat von zh das Quadrat von gz um ein dem eben erwähnten Rechteck ähnliches übertrifft, welches über gl errichtet wird. — Weiter behaupte ich dass das Quadrat von bz das Quadrat von gz um ein dem oben erwähnten Rechteck entsprechendes übertrifft. Beweis: Das Quadrat von bz ist gleich dem doppelten Viereck $gkez$ wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen. Das Quadrat von gz ist aber gleich dem doppelten Dreieck gkz; das Quadrat von bz ist also grösser als das Quadrat von gz um das doppelte Dreieck zke. Wir beweisen ebenso wie oben dass das Rechteck, welches gleich dem doppelten Dreieck kez ist, ein über gz errichtetes und dem oben erwähnten ähnliches Rechteck ist; daher übertrifft das Quadrat von bz das Quadrat von gz um das Rechteck welches über gz construirt und dem erwähnten ähnlich ist. — Ferner behaupte ich dass es sich mit dem Quadrat von az gerade so verhält wie oben erwähnt. Es ist nämlich das Quadrat von ah gleich dem doppelten Viereck $gkfh$ wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen. Das Quadrat von zh ist gleich dem doppelten Dreieck kzh; also ist das Quadrat von az gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke kkf und gkz weil das Quadrat von az gleich ist der Summe der beiden Quadrate ah und hz. Das doppelte Dreieck gkz ist aber gleich dem Quadrat von gz; also ist die Differenz zwischen dem Quadrat von az und dem von gz gleich dem doppelten Dreieck kkf. Wie oben erhellt dann noch dass das doppelte Dreieck kkf gleich dem Rechteck über gh ist, welches dem oben erwähnten Rechteck ähnlich ist.

Weil nun die Ueberschüsse der Quadrate dieser Linien über das Quadrat von gz in den über gh, gz, gl, gm errichteten Rechtecken bestehen und diese Rechtecke verschieden sind, indem das

über gh errichtete grösser ist als das über gz und das über gz grösser als das über gl und das über gl grösser als das über gm; so ist gz die kürzeste der gezogenen Linien und von den übrigen Linien sind die ihr näher liegenden kürzer als die entfernteren; es ist ferner das Quadrat einer jeden von den gezogenen Linien gleich der Summe aus dem Quadrate der kürzesten derselben und dem Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinate und dem Punkt g errichtet wird und dem Rechteck ähnlich ist welches als Umfangslinien die Linie gd und eine der Summe von gd und dem Parameter gleiche Linie hat. q. e. d.

VI. Wenn die im vorigen Satze erwähnten Voraussetzungen dieselben sind ausser dass der Schnitt eine Ellipse und die Axe ihre grosse Axe ist, so ist die kürzeste der Linien, welche von jenem Punkte gezogen werden diejenige welche dem halben Parameter gleich ist, die längste aber die Ergänzung der Axe. Was die übrigen Linien betrifft, so sind diejenigen von ihnen welche der kürzesten näher liegen kürzer als die von ihr entfernteren und das Quadrat einer jeden von ihnen übertrifft das Quadrat der kürzesten um ein Rechteck welches errichtet wird über der Linie zwischen dem Fusspunkt ihrer Ordinate und dem Scheitel des Schnittes und welches ähnlich ist dem Rechteck dessen Umfangslinien der Querdurchmesser und die Differenz desselben mit dem Parameter bilden, so zwar dass der Querdurchmesser der Linie entspricht, welche zwischen dem Fusspunkt der Ordinate und dem Scheitel der Schnittes ist.



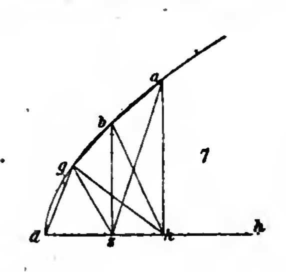
Es sei also eine Ellipse gegeben, bezeichnet abg, ihre grosse Axe ag; und gd sei gleich der Hälfte des Parameters; zieht man nun vom Punkte d an den Schnitt die Linien dz, dh, db, dh, so behaupte ich dass dg die kürzeste Linie

ist welche vom Punkte *d* ausgeht und dass die Linie *da* die grösste derselben ist; ferner dass von den übrigen Linien die der Linie *dg* näher liegenden kürzer sind als die entfernteren und dass das Quadrat von *dz* grösser ist als das Quadrat von *dg* um ein Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der zugehörigen Ordinate und dem Punkte *g* errichtet wird und dem Rechteck ähnlich ist, welches die Linie *ga* und ihr Ueberschuss über den Parameter bestimmen. Beweis: Nennen wir die Hälfte des Parameters *gṭ* und den Mittelpunkt *i* und ziehen wir die Ordinaten *zkr; hl; bdḳ* und ziehen vom Punkte *a* eine Parallele zu den ebengezogenen Ordinaten, bezeichnet *as* und ziehen die beiden Linien *št*, *rṯ* parallel zu *ag*, so ist das Quadrat von *zk* gleich dem doppelten Viereck *gṭrk* wie im 1. Satz d. B. bewiesen. Das Quadrat von *dk* ist aber gleich dem doppelten Dreieck *kšd* weil *kd* gleich *kš* ist, und dies weil *dg* gleich *gṭ* ist. Also ist das Quadrat von *dz* gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke *dgṭ; šṭr*. Nun ist aber das Quadrat von *dg* gleich dem doppelten Dreieck *dgṭ*, ferner die Fläche *šṭṯr* gleich dem doppelten Dreieck *šṭr*; also ist das Quadrat von *dz* grösser als das Quadrat von *gd* um das Rechteck *šṭṯr*; das Verhältnis von *ig* zu *gd* ist nun wie das von *ag* zum Parameter und wie *rṭ* zu *ṯṭ*; folglich verhält sich *ag* zum Parameter wie *rṯ* zu *ṯṭ*; *rṯ* ist aber gleich *tṭ*; also ist das Verhältnis von *ag* zum Parameter wie das von *tṭ* zu *ṯṭ*. Durch Conversion verhält sich dann *ga* zu seinem Ueberschuss über den Parameter wie *tṭ* zu *tṯ*; *tṯ* ist nun gleich *tš* weil *gd* gleich *gṭ* ist; also verhält sich *tš* zu *šr* wie *ag* zu seinem Ueberschuss über den Parameter und die Linie *ag* entspricht der Linie *tš* welche gleich ist der Linie *gk*, folglich ist die Fläche *tr* gleich dem Rechteck welches über *gk* errichtet wird und ähnlich ist dem Rechteck welches durch die Linie *ag* und deren Ueberschuss über den Parameter entsteht, und das Quadrat von *zd* übertrifft dasjenige von *dg* um das Rechteck *tr* d. h. das Quadrat von *zd* übertrifft das Quadrat von *dg* um das Rechteck über *gk*, welches der Fläche die wir erwähnt haben ähnlich ist. Ferner behaupte ich dass es sich mit

dem Quadrat von *db* ebenso verhält wie mit dem der Linie die wir eben behandelt haben. Es ist nämlich das Quadrat von *db* gleich dem doppelten Viereck *dgṭk* und das Quadrat von *dg* gleich dem doppelten Dreieck *dgṭ*; die Differenz also zwischen den beiden Quadraten *db* und *dg* ist gleich dem doppelten Dreieck *dṭk*; das Rechteck nun welches über *gd* errichtet wird und dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck *dṭk*; die Differenz der beiden Quadrate *db* und *dg* ist also gleich dem Rechteck über *gd* welches dem erwähnten ähnlich ist. Ferner behaupte ich dass das Quadrat von *dḥ* grösser ist als das Quadrat von *dg* um das Rechteck über *mg* welches dem erwähnten ähnlich ist. Das Quadrat von *mḥ* ist nämlich gleich dem doppelten Viereck *maeḏ*, nach V. 1. und das Quadrat von *md* ist gleich dem doppelten Dreieck *dmn*, weil die Linie *dm* gleich der Linie *mn* ist, und dies weil *dg* gleich *gṭ* ist; daher ist das Quadrat der Linie *dḥ* gleich dem doppelten Dreieck *aie* und dem Viereck *dnḏi* zusammengenommen. Das Dreieck *eai* ist aber gleich dem Dreieck *gṭi*; folglich ist das Quadrat von *dḥ* gleich dem doppelten Dreieck *gṭi* und dem Viereck *idnḏ* zusammen; diese beiden sind gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke *dgṭ; nḏṭ;* das Quadrat von *gd* ist aber gleich dem doppelten Dreieck *gdṭ* und der Ueberschuss des Quadrates von *dḥ* über das Quadrat von *gd* ist also gleich dem doppelten Dreieck *nṭḏ*; das Rechteck über *gm* welches dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck *nṭḏ*; daher ist die Differenz der beiden Quadrate *dḥ* und *dg* gleich dem Rechteck über *gm* welches dem erwähnten ähnlich ist. Weiter ist das Quadrat von *da* gleich dem doppelten Dreieck *sda* und das Dreieck *eai* gleich dem Dreieck *gṭi*; folglich ist das Quadrat von *ad* gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke *sṭe; dgṭ*; das Quadrat von *dg* ist aber gleich dem doppelten Dreieck *gdṭ*; daher ist die Differenz der beiden Quadrate *ad* und *dg* gleich dem doppelten Dreieck *sṭe*. Das Rechteck über *ga* nun welches dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck *ṭes* folglich übertrifft das Quadrat von *ad* jenes von *dg* um das Rechteck aus *ga*

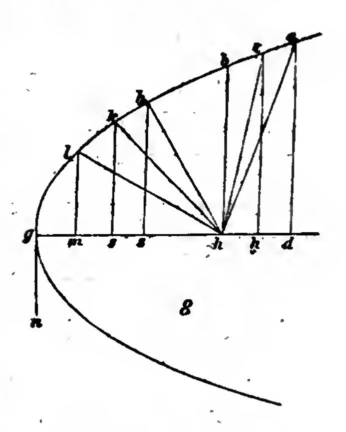
und dessen Ueberschuss über den Parameter. Das Rechteck über *ga* ist grösser als dasjenige über *gm*, und das über *gm* grösser als das über *gd*; folglich ist die Linie *gd* die kürzeste der vom Punkt *d* an den Schnitt gehenden Geraden und *da* ist die grösste darunter. Von den übrigen Geraden sind die der kürzesten näheren kleiner als die entfernteren und es übertrifft das Quadrat einer jeden von ihnen das Quadrat der kürzesten um die dem oben erwähnten Rechteck ähnliche Fläche. q. e. d.

VII. Wenn auf der erwähnten kürzesten Linie in einem der drei Schnitte ein Punkt angenommen wird und man zieht von ihm Linien an den Schnitt, so ist die kürzeste derselben die Linie zwischen diesem Punkt und dem Scheitel des Schnittes und von den übrigen die in dieser Hälfte des Schnittes gezogen werden, sind die ihr näheren kürzer als die entfernteren. Sei also ein Kegelschnitt gegeben bezeichnet *abgd*, seine Axe *hd*, die kürzeste Linie *hd* und ein beliebiger Punkt auf der Linie *hd* nämlich *z*; ziehen wir nun von ihm an den Schnitt Linien, bezeichnet *zg*, *zb*, *za*, so behaupte ich dass *zd* die kürzeste derselben ist und dass die ihr näher liegenden kürzer sind als die entfernteren. Beweis: Ziehen wir die Linie *gh* so ist *gh* grösser als *hd*; folglich der Winkel *gdh* grösser als der Winkel *dgh* und wie gross ist dann erst der Ueberschuss des Winkels *zdg* über den Winkel *dgz*; daher ist die Linie *gz* grösser als die Linie *zd*; ferner ist die Linie *bh* grösser als die Linie *hg*; folglich auch der Winkel *bgh* grösser als der Winkel *gbh*; um wie viel kleiner ist dann der Winkel *gbz* als der Winkel *bgz*; folglich ist die Linie *bz* grösser als die Linie *gz*; ebenso erhellt dass die Linie *az* grösser ist als die Linie *bz*; also ist *dz* die kürzeste der vom Punkte *z* an den Schnitt gezogenen Linien und von den übrigen Linien sind die der Linie *dz* näheren kürzer als die entfernteren. q. e. d.



VIII. Wenn man auf der Axe der Parabel einen Punkt annimmt, dessen Entfernung von dem Scheitel des Schnittes grösser

ist als der halbe Parameter und man schneidet von der Axe von dem auf ihr angenommenen Punkte aus nach dem Scheitel des Schnittes zu eine Linie gleich der Hälfte des Parameters ab, und errichtet in dem Endpunkt dieser abgeschnittenen Linie eine Ordinate auf der Axe und verlängert sie bis sie den Schnitt trifft, und zieht von ihrem Schnittpunkte mit der Parabel eine Gerade an den angenommenen Punkt, so ist diese Gerade die kürzeste von den Linien die von diesem auf der Axe angenommenen Punkte an den Schnitt gezogen werden und von den übrigen Linien zu ihren beiden Seiten sind die ihr näheren kürzer als die entfernteren und das Quadrat einer jeden von ihnen übertrifft das Quadrat der kürzesten Linie um das Quadrat der Linie welche zwischen den Fusspunkten ihrer beiden Ordinaten auf der Axe liegt. Es sei also eine Parabel gegeben bezeichnet *abg*, deren Axe *gd*; und die Linie *gh* sei länger als die Hälfte des Parameters und es sei die Hälfte des Parameters *zh*; ziehen wir nun eine Ordinate auf *gh*, nämlich *zḥ*, und ziehen die Linie *hḥ*, so behaupte ich dass die Linie *hḥ* die kürzeste der vom Punkte *h* an den Schnitt gehenden Linien ist und dass von den übrigen von *abg* gezogenen Linien die derselben näheren kürzer sind als die entfernteren auf beiden Seiten. Ziehen wir also von dem Punkte *h* an den Schnitt die Linien *hk*, *hl*, *ha*; ferner behaupte ich dass das Quadrat einer jeden von ihnen das Quadrat von *hḥ* um das Quadrat der Linie zwischen dem Fusspunkt ihrer Ordinate und dem Punkte *z* übertrifft. Ziehen wir nun die Ordinaten und sei *bh* ebenfalls eine Ordinate, und *gn* die Hälfte des Parameters. Das doppelte Produkt von *gn* mit *gs* ist nun gleich dem Quadrate von *ks*, wie im 11. Satze des ersten Buches bewiesen; und ferner gleich dem doppelten Produkte aus *hz* und *gs*; setzen wir nun das doppelte Produkt aus *hz* und *zs*, zusammengenommen mit den beiden Quadraten



von *hz* und *zs* gemeinsam, so wird je das doppelte Produkt aus *hz* und *gs* und aus *hz* und *zs*, zusammen mit den beiden Quadraten von *hz* und *zs* gleich der Summe der beiden Quadrate von *ks* und *sh*; diese beiden sind aber gleich dem Quadrat von *kh*. Nun ist aber das doppelte Produkt von *hz* mit *gs* und (das von *hz*) mit *zs* gleich dem doppelten Rechteck aus *gz* und *hz*; also ist das Quadrat von *kh* gleich dem doppelten Produkt aus *gz* und *hz*, zusammen mit der Summe der Quadrate *zs* und *hz*; das doppelte Produkt aus *gz* und *zh* ist aber gleich dem Quadrat *zḥ*, weil *zh* gleich *gn* ist; folglich ist die Summe der Quadrate *zḥ*, *zh* und *zs* gleich dem Quadrat *kh*; die Summe der beiden Quadrate *zḥ* und *zh* ist aber gleich dem Quadrat *hḥ*; daher ist das Quadrat von *kh* gleich der Summe der beiden Quadrate *hḥ*, *zs*; folglich der Ueberschuss des Quadrates von *kh* über das von *hḥ* gleich dem Quadrat *zs*. Ebenso erhellt auch dass die Differenz zwischen den Quadraten *hl* und *hḥ* gleich ist dem Quadrat von *mz*; da ferner das doppelte Produkt aus *gz* und *zh* gleich dem Quadrat von *zḥ* ist, weil nämlich *zh* gleich *gn* ist, so ist auch die Differenz zwischen den Quadraten *gh* und *hḥ* gleich dem Quadrat der Linie *gz*. Die Linie *zs* ist kürzer als die Linie *zm*, die Linie *zm* kürzer als die Linie *zg*, folglich ist die Linie *hḥ* die kürzeste der vom Punkte *h* an den Schnitt nach *g* zu gezogenen Linien.

Ferner ist das Quadrat von *bh* gleich dem doppelten Produkt aus *gn* und *gh* welches gleich ist dem doppelten Produkte aus *gh* und *hz*; das doppelte Produkt von *gz* und *zh* ist aber gleich dem Quadrat von *zḥ*; folglich ist das Quadrat von *bh* gleich der Summe der Quadrate *hḥ* und *hz*, daher die Differenz zwischen dem Quadrat von *bh* und jenem von *hḥ* gleich dem Quadrat von *zh*. Weiter ist das Quadrat von *ḫṭ* gleich dem doppelten Produkt aus *gḫ* und *zh*, weil *zh* gleich *gn* ist; addiren wir auf beiden Seiten das Quadrat *hḫ*, so ist die Summe aus dem doppelten Produkte von *ḫz* und *zh*, dem Quadrat von *hḫ* und dem von *zḥ* gleich dem Quadrat von *hṭ*; die Summe des doppelten Produktes aus *gz* und *zh* und des Quadrates von *zh* ist aber gleich dem Quadrat von

رت الى ىط فنسبة اج الى الضلع القائم كنسبة رت الى ىط
ورت مثل ىط فنسبة اج الى الضلع القائم كنسبة ىط الى طت
فإذا قلبنا كانت نسبة جا الى زيادته على الضلع القائم كنسبة
طت الى تث، وطت مثل تش لأن جد مثل جط فنسبة تش
الى شر كنسبة اج الى زيادته على الضلع القائم وخط اج هو
نظير تش الذى هو مثل جك وسطح تر مساوٍ للسطح الذى
يعمل على كج الشبيه بالسطح الذى يحيط به خط اج فى
زيادته على الضلع القائم والمربع الذى يكون من زد يزيد على
المربع الذى يكون من دج بمثل سطح تر والمربع الذى يكون
من زد يفضل على المربع الذى يكون من جد بمثل السطح
الذى يعمل على جك الشبيه بالسطح الذى ذكرنا، وأقول أيضا
أن مربع دب حاله كحال الخط الذى ذكرنا، وذلك أن المربع
الذى يكون من بد مثلا سطح دجطق، ذى الأربعة الاضلاع
والمربع الذى يكون من جد مثلا مثلث دجط ففضل ما بين
مربع دب وبين مربع دج مساوٍ لمثلى مثلث دطق والسطح
الذى يعمل على جد الشبيه بالذى ذكرنا هو مثلا مثلث دطق
ففضل ما بين مربع دب ومربع دج هو مثل السطح الذى يعمل
على جد الشبيه بالسطح الذى ذكرنا، وأقول أيضا أن المربع
الذى يكون من دح أعظم من المربع الذى يكون من دج بمثل
السطح الذى يعمل على مج الشبيه بالسطح الذى ذكرنا وذلك
أن مربع حم مثلا سطح ماعذ كما تبين فى الشكل الأول من
هذه المقالة والمربع الذى يكون من مد مثلا مثلث دمن وذلك

وبين رأسِ القطع الشَّبِيهِ بالسَّطحِ الّذى يحِيطُ بِهِ القُطْرُ الجانِب فِى فَضْلِ مَا بَيْنَ القُطِرِ الجَانِبِ والضِلْعِ القائم إذَا كان القُطر المجانبُ نَظِيرًا للخَطِّ الّذى بين مسقط العَمُودِ ورأْسِ القطع * فَلْيَكُنْ قطعٌ نَاقِصٌ علَيْهِ ا ب ج، وسَهْمُهُ ٱلْأَعْظَمُ ا ج وليكن ج د مُسَاوِيًا لنِصفِ الضِلع القائم ولنُخرِجْ من نقطة د الى القطع خُطُوطَ د ز، د ه، د ب، د ح فَأَقُولُ أَنّ د ج أَقْصَرُ الخطوطِ الّتى تُخْرَجُ من نقطة د وأَنّ خطَّ د ا أَعْظَمُها وأَنّ ما قرب من الخطوط الباقية من خطّ د ج أصْغَرُ مِمَّا بعد والمربَّعَ الذى يكون من د ز أَعْظَمُ من المربَّعِ الّذى يكونُ من د ج بِمِثْلِ السَطْحِ الّذى يُعْمَلُ على الخطّ الّذى بين مسقط عَمُوده وبَيْن نُقْطَةِ ج الشَّبِيهِ بالسَطْحِ الذى يحيط به خطُّ ج ا فى زِيَادَتِهِ على الضِلْعِ القائم بُرْهَانُ ذَلِك أنْ نَجْعَلُ نِصْفَ الضِّلْعِ القائم ج ط المركَزَي ونُخْرِجُ أَعْمِدَةَ ز ك ر، ه ل، ب د ق، ونخرج من نقطة ا خطًّا مُوَازِيًا لخُطوطِ ٱلتَّرْتِيبِ الّتى أُخْرِجَتْ علَيْهِ ا س، ونخرج خطَّىْ ش ت، ر ث مُوَازِيَيْنِ لخطّ ج ا فالمربَّعُ الّذى يكون من ز ك مِثْلَا سطْح ج ط ر ك ذِى الاربعة الاضلاع كما تبيَّن فى الشكل الأوّل من هذه المقالة والمربَّعُ الّذى يكون من د ك مثلا مُثَلَّثِ ك ش د، لِأَنَّ ك د مِثْلُ ك ش وذلك أَنَّ د ج مِثْلُ ج م فالمربَّعُ الذى يكون من د ز مثلا مُثَلَّثَىْ د ج ط، ش ط ر ولَكِنَّ المربّع الذى يكون من د ج مثلا مُثَلَّثِ د ج ط وسَطْحُ ش ت ث ر مِثْلَا مُثَلَّث ش ط ر فمربَّعُ د ز أَعْظَمُ مِن مربَّعِ خطِّ د ج بِمِثْلِ سَطْحِ ش ر ت ث ونِسْبَةُ ى ج إلَى ج د كَنِسْبَةِ ا ج الى الضلع القائم وكنسبةِ

الذى يكون من از مثلا مُثَلَّثَىْ ق ك ف، ج ك ز؛ لِأَنَّ مربّعَ ا ز مساوٍ لمربَّعَىْ ا ه، ه ز؛ ومثلا ج ك ز؛ هُوَ المربّع الذى يكون من ج ز، ففَضْلُ مَا بَيْنَ المربَّعِ الذى يكون من ا ز وبَيْنَ المربّع الذى يكون من ج ز هو مثلا ق ك ف وكذلك أَيْضًا نُبَيِّنُ أَنَّ السطح الذى هو مثلا مثلث ق ك ف هو السطحِ الذى يُعْمَل على ج ه الشَبِيهُ بالسطح الذى ذكرنا، ولِأَنَّ زيادات مربّعاتِ هذه الخُطُوطِ على مربّع ج ز هِيَ السُطُوحُ المَعْمُولَةُ على ج ه، ج ز، ج ل، ج م، وهٰذِهِ ٱلسُّطوحُ مُخْتَلِفَةٌ ٱلسَّطحُ الذى يُعْمل على ج ه أَعْظَمُ مِنَ ٱلَّذى يُعْمَل على ج ز والذى يعمل على ج ز من الذى يعمل على ج ل والذى يعمل على ج ل من الذى يعمل على ج م يَكُونُ ج ز أَصْغَرَ الخطوط الّتى أُخْرِجَتْ ويكون ما قَرُبَ من الخطوط الباقِيَةِ مِنْهُ أَصْغَرَ مما بَعُدَ ويَقْوَى كلُّ واحدٍ من الخطوط المُخْرَجَةِ على المربّع الّذى يكون من أَقْصَرِ ٱلخُطوط مع السطحِ الذى يُعْمَلُ على الخط الذى بَيْن مَسْقِطِ العَمُودِ وبين نُقْطَةِ ج الشبيهِ بالسطحِ الذى يُحِيط به خطُّ ج د وخطٌّ مساوٍ لخط ج د والضِلْعِ القائِمِ مجموعَيْن وذلك ما أَرَدْنَا أَنْ نُبَيِّنَ ✻

و وإذا كان ما ذَكَرْنَا على حَالِهِ إِلّا أَنَّ القطْعَ قطعٌ نَاقِصٌ والسهمَ سهمُهُ ٱلْأَعْظَمُ فَإِنَّ أَقْصَرَ الخُطُوطِ الّتى تُخْرَجُ من تِلك النُقطةِ هو المُسَاوِى لِنِصْفِ الضِلْعِ القَائِمِ وأَطْوَلُها تَمَامُ السَّهْمِ وأمّا الخطوطُ البَاقِيَةُ فإِنَّ ما قرب منها من الخطّ الأَقْصَرِ أَقْصَرُ مِمّا بعُدَ مِنْهُ ومربّع كلّ وَاحِدٍ منها يَزِيدُ على مربع الخط الاقصر بِمِثْلِ السَطحِ الّذى يُعْمَلُ على الخطِّ الّذى بَيْن مسْقِط عَمُودِهِ

بسطحا ى و، خ ص متشابهان وخط تى الذى هو مساو لخط
ح م نظير لخط رص الذى هو مساو لخط ح د. والسطح الذى
يعمل على ح م الشبيه بالسطح الذى يحيط به د ح وخط مساو
لخط د ح والضلع القائم هو سطح ى و ذو الأربعة الأضلاع
فالمربع الذى يكون من ط ز أعظم من المربع الذى يكون من
ح ز بمثل السطح الذى يعمل على ح ز الشبيه بالسطح الذى
يحيط به خط ح ن وخط مساو لخط ح د والضلع القائم مجموعين
وكذلك أيضا يتبيّن أنّ المربّع الذى يكون من ز ح يزيد
على المربع الذى يكون من خط ز ح بمثل السطح الذى يعمل
على ح ل الشبيه بالذى ذكرنا، وأقول أنّ المربّع الذى يكون من
ب ز يزيد على المربع الذى يكون من ح ز بمثل نظير السطح
الذى ذكرنا وذلك أنّ المربّع الذى يكون من ب ز مثلا سطح
ح ك ع ز كما تبيّن فى الشكل الأوّل من هذه المقالة والمربّع الذى
يكون من ح ز مثلا مثلّث ح ك ز فيكون مربّع ب ز أعظم من
مربّع ح ز بمثلى مثلّث ز ك ع وكذلك نبيّن أنّ السطح الذى هو
مثلا ز ك ع هو سطح يعمل على ح ز شبيه بالسطح الذى ذكرنا
فالمربع الذى يكون من ب ز يزيد على المربع الذى يكون من
ح ز بمثل السطح الذى يعمل على ح ز الشبيه بالسطح الذى
ذكرنا، وأقول أيضا أنّ المربّع الذى يكون من ا ز حاله الحال
الذى ذكرنا وذلك أنّ المربّع الذى يكون من ا ه مثلا سطح
ح ك ف ه، ذى الأربعة الأضلاع كما تبيّن فى الشكل الأوّل من هذه
المقالة والمربّع الذى يكون من ز ه مثلا مثلّث ق ز ه، فالمربع

ونقطةِ ج الشبيهِ بالسَطْحِ الّذى يُحيطُ به دج الّذى هو تُطْرُ
ٱلْقَطعِ وخطّ مُسَاوٍ لخطّ دج مع الضِلْعِ القائم، فَلْيَكُنْ الضِلعِ
القائم جخ، ونِصْفُهُ جك ومَرْكَزُ القطع ث، بُرْهَانُ ذٰلِكَ أنّا
نُخرِجُ أَعْمِدَةً الى جه ونُنْفِذُها وهى طمن، جلس، اهف ونخرج
عَمُودَ بز الى ع ونخرج خطّين موازِيَين لخطِّ جم عليْهِمَا كش،
ون، فالمربّع الّذى يكون من طم مِثْلَا سَطْحِ جكنم ذِى
ٱلْأَرْبَعَةِ ٱلْأَضْلَاعِ كمَا تَبيَّن فى الشَكْل الأوّل من هٰذه المقالة والمربّع
الّذى يكون من زم هو مِثْلَا مُثلَّث زمى، لِأنّ زم يُسَاوِى مي
وذلك أنّ جك، جز مُتَسَاوِيَانِ والمربّع الّذى يكون من طز،
مِثْلا مُثَلَّثَىْ جكز، كني لِأنّهُ مساوٍ لمربّعَىْ طم، مز، ولكنَّ
مربّعَ جز مِثْلَا مثلّثِ جكز لِأنَّ جز مِثْلُ جك وسَطْحُ ونكت
ذُو الْأربعةِ الْأضلاع مثْلَا مثلّث يكن فالمربّع الذى يكون من
جز أقلُّ من المربّع الّذى يكون من طز بِمِثْلِ سَطْحِ توني ذى
الاربعة الاضلاع ونِسْبَةُ دج الى جخ كَنِسْبَةِ ثج الى جك ونسبةُ
ثج إلى جك كَنِسْبَةِ كش الى شن وكش مِثْلُ شي لِأنَّ مي
مِثْلُ مز وذلك أنّ جك مساوٍ لِجز فنسبةُ دج الى جخ كنسبةِ
شي الى شن فإِذَا خالَفْنَا صَارَتْ نسبة جخ الى جد كَنسبةِ شن
الى شي وإِذَا رَكَّبْنَا صَارَتْ نسبةُ خج و جد مَجْمُوعَيْنِ الى جد
كنسبة نى الى شى وخطّ شي مُساوٍ لخط تي فنسبةُ ني
الى تى كنسبة خج، جد مجموعَيْن الى جد ونُخْرِجُ خطّ
خج إلَى ر وليكُنْ جر مساويًا لخطّ جد فنسبة ني الى تي
كنسبة خر الى رص وهذه الْأَضْلَاعُ الْمُتَنَاسِبَةُ تُحِيطُ بِزَوَايَا مُتَسَاوِيَةٍ

من زك، كح وهذان المربعان مساويان لمربّع زح فالّذى يكون من زج فى جك مرّتين مَعَ مربّع زك مساوٍ لمربّع زح فمربّع زح أَعْظَمُ من مربعِ زج بِمِثْلِ مربّع جك، ويَتَبَيَّنَ مِنْ هذا أَنَّ طز اعظمُ من زح و زح من زج فخط زج هو الأَقْصَرُ وما قَرُبَ مِنْه أَقْصَرُ ممَّا بَعُدَ وتَبَيَّنَ أَنَّ فَضْلَ مَا بَيْنَ مربّع كلّ واحدٍ منها وبَيْن مربّع الخط الاقصر يَمْثُلُ المربّع الذى يكون من الخط الذى تَفْصِلُهُ الأَعْمِدَةُ الوَاقِعَةُ من أَطْرَافِهَا على السهمِ مِمَّا يَلِى رَأْسَ ٱلْقَطْعِ وذلك ما اردْنا أَنْ نُبَيِّنَ *

٥ وإذا تُعُلِّمَتْ نقطةٌ على سَهْم القَطْع الزائد وصُيِّرَ بُعْدُهَا من رأس القطع مساويًا لِنِصْفِ الضِلْع القائم فَإِنَّهُ يعْرض فى ذلك مِثْلُ الّذى عرَضَ فى القَطْعِ المكافئ إِلَّا أَنَّ زيادةَ مربّعاتِ الخطوط على مربّع الخطّ الأَقْصَرِ تكونُ بمِثْلِ السطحِ الذى يُعْمَلُ على الخطّ الّذى بَيْن مَسْقِط الأَعْمِدَةِ وبين رأس القطع الشَّبِيهِ بالسَطْحِ الّذى يُحِيطُ بِهِ القُطْر المُجَانِبُ وخطٌّ مساوٍ للقُطْرِ المجانب مَعَ الضِلْع القائم ويكون القطر المجانب نَظِيرًا للخطّ الّذى فِيمَا بَيْنَ كلِّ واحدٍ من الاعمدة وبين رأس القطع: فَلْيكن قطعٌ زائد علَيْهِ اج وعلى سهمِهِ جه وليكن نصف الضلع القائم جز ونُخْرِجُ من نقطةِ ز خُطُوطًا الى قطع ابج كَمْ كَانَتْ وهى زا، زب، زح، زط، فَأقولُ أَنَّ خطَّ جز أَصْغرُ الخطوطِ الّتى تُخْرَجُ من نقطةِ ز الى القطع وأَنّ ما قَرُب مِنْهُ أَصْغَرُ مِمَّا بَعُدَ وأَنَّ كلَّ واحدٍ من خطوط زظ، زح، زب، زا يَنْقُص مربّعُ جز عَنْ مربّعِهِ بِمِثْلِ السَطْحِ الذى يُعْمَلُ على الخطّ الّذى بين مَسْقِطِ الأَعْمِدَةِ

مساوٍ لمثلّثِ د ب ح لِأَنَّ د ك مِثْلُ د ح فالمربَّعُ الذى يكون من ا ز مِثْلَا فَضْلِ ما بين مُثَلَّثَىْ د ب ح، د ز ط وذلك ما أَرَدْنَا أَنْ نُبَيِّنَ ✻

د إذَا تُعُلِّمَتْ نقطةٌ على سَهْمِ القَطْعِ المُكَافِئِ وكان بُعْدُها مِنْ رَأْسِ القَطْعِ مُسَاوِيًا لِنِصْفِ الضِلْعِ القائم وأُخْرِجَتْ من تِلْكَ النقطةِ خُطُوطٌ الى القطع فإِنَّ أَصْغَرَها هو الخطُّ الذى يَخْرُجُ الى رَأْسِ القطع ومَا قَرُبَ مِنْهُ أَصْغَرُ مِمَّا بَعُدَ ومُرَبَّعَاتُها أَعْظَمُ مِنْ مربّعِهِ بِمِثْلِ المربَّعِ الذى يكون من ضَرْب ما تَفْصِلُ الأَعْمِدَةُ الّتى تَقَعُ على السَهْمِ مِن طَرَفِ كُلِّ خَطٍّ مِنْها من السهم مِمَّا يَلِي رَأْس القطع• فَلْيَكُنْ سهمُ القطعِ المكافئ ج ه وليكن ج ز مُساوِيًا لنصفِ الضِلْعِ القَائِمِ ولنُخْرِجْ مِن نقطةِ ز الى قطعِ ا ب ج خُطُوطَ ز ح، ز ط، ز ب، ز ا، فأَقُولُ أَنَّ أَصْغَرَ الخُطُوطِ التى تَخْرُجُ من نقطة ز الى قطع ا ب ج هو خطّ ج ز ومَا قَرُبَ مِنْهُ فَهو أَصْغَرُ مِمَّا بَعُدَ وكلُّ واحدٍ منها يَقْوَى على المربّع الذى يكون من ج ز مع المربّع الذى يكون من الخطّ الذى بَيْنَ نقطة ج وبَيْنَ مَسْقَطِ عُمُودِهِ برهان ذلك أَنّا نُخْرج أَعْمِدَةَ ح ك، ط ل وليكن نصف الضِلْع القائم ج م فخطُّ ج ز مساوٍ لِخطّ ج م والذى يكون من ضَرْب ج م فى ج ك مَرَّتَيْنِ مساوٍ للمربّع الذى يكون من ح ك كما تبيَّن فى الشكل ١١ من ١ والذى يكون من ضرب ج م فى ج ك مَرَّتَيْنِ مساوٍ للذى يكون من ضرب ز ج فى ج ك مَرَّتَيْنِ والمربَّع الذى يكون من ك ح مساوٍ للذى يكون من ج ز فى ج ك مَرَّتَيْنِ والذى يكون من ج ز فى ج ك مرّتين مَعَ مربّعِ ك ز مساوٍ للمربّعَيْن الكَائِنَيْنِ

ب ح، زط مجموعَيْن فى ب ز هو مِثْلَا سَطح ب زط ح فالمربّع الّذى يكون من از مثلا سطح ب زط ج *

ب وإن كان الخطُّ الّذى خَرَجَ على تَرْتِيبٍ وَاقِعًا على نقْطةِ د الّتى هى المَرْكَزُ فى القطع الناقص وجُعِلَ ب ه ضِعْفَ ب ز ووُصِلَ خطُّ د ز فإنّ المربّع الذى يكون من ا د مِثْلَا مُثلَّثِ ب ز د، بُرْهَانُ ذلك أنّا نَصِلُ خطَّ ج ه فيكونُ ب ز مِثْلَ ز ه و ز ه مِثْلُ د ح الذى يُوَازِى ب ه فالّذى يكون من ضَرْبِ د ح فِى د ب ضِعْفُ مثلّث د ز ب والذى يكون من ضَرْبِ د ج فى د ب مُسَاوٍ للمربّع الذى يكون من ا د كَمَا تَبيَّن فى الشكل ١٣ من ا فالمربَّعُ الذى يكون من ا د مثْلَا مُثَلَّثِ ز ب د *

ج وإن كان الخطّ الذى خَرَجَ على تَرْتِيبٍ فى القطع الناقص واقِعًا فى الجِهَةِ الأُخْرَى عَنْ نقطةِ د التى هى المَرْكَزُ كخَطِّ ا ز وجُعِلَ نِصْفُ ب ه الذى هو الضلع القائم ب ح ووُصِلَ خطُّ ح د وأُنْفِذَ على ٱسْتِقَامَةٍ وأُخْرِج من نقطةِ ز خطٌّ موازٍ لخطِّ ب ه حتّى يَلْقَى خطَّ ح د عليه زط فإنّ المربّع الذى يكون من ا ز مثلا فَضْلِ ما بَيْنَ مَثَلَّثَىْ ب د ح، د ز ط برهان ذلك أنّا نُخرِجُ من نقطةِ ج خطًّا مواريًا لخطِّ ب ه عَلَيْهِ ج ك ونُنْفِذُ ح د حتّى يَلْقَى خطّ ج ك على نُقْطَةِ ك ونُتَمِّمُ قَطْعَ ا ب ونُنْفِذُ ا ز على استقامةٍ إلى ل فيكون مربَّعُ ز ل مثلَىْ سَطْحِ ج ك ط ز كَمَا تَبَيَّنَ فى الشكل ا من هٰذِهِ المَقَالَةِ وخطّ ز ل مِثْلُ خطِّ ا ز فالمربَّعُ الذى يكون من ا ز مِثْلَا سَطْحِ ج ك ط ز ذِى ٱلْأَرْبَعَةِ ٱلْأَضْلَاعِ وسَطْحُ ج ك ط ز هو فَضْلُ ما بَيْنَ مثلّثِ ج ك د ومُثَلّثِ د ز ط ولٰكِنَّ مُثَلَّثَ ج ك د

آنفا للّذى رأينا من حاجةِ طالبِى هذا العلْم إلَيْها فى معْرفةِ تقسيم المسائِلِ وتفصيلها وتركيبِها مَعَ مَا لَهَا فى أنْفسِها مِنْ أنّها احدُ الأشيآء الّتى تَسْتَحِقّ النظَرَ فيها والسلام*

ا إذا كان قطْعٌ زائِدٌ او نَاقِصٌ وأُقِيمَ على طَرَفِ قُطْرٍ من أقْطَارِهِ نِصْفُ الضِلْعِ القَائِمِ لذلك القُطْرِ على زاوِيَةٍ قائِمَةٍ وأُخْرِجَ مِنْ طَرَفِهِ خطٌّ إلَى مَرْكَزِ القَطْعِ وأُخْرِجَ مِنْ مَوْضِعٍ من القطْع خطٌّ تَرْتِيبٍ إلَى القطر فإِنّ هذا الخطَّ يَقْوَى على ضِعْفِ سَطْحٍ ذى أرْبَعَةِ اضْلاعٍ يُعْمَلُ عَلَى نِصْفِ الضِلْعِ القائم على ما نَذْكُرُهُ فى المِثَالِ* فَلْيَكُنِ ٱلْقطعُ الزائِدُ أَوِ ٱلناقصُ اب والقُطْرُ ب ج والمَرْكَزُ د والضِلْعُ القائِمُ للقُطْرِ ب ه ونِصْفُ ب ه' ب ح ونَصِلُ خَطَّ د ح ونُخْرِجُ خطَّ تَرْتِيبٍ علَيْهِ ا ز ونُخْرِجُ من نُقْطَةِ ز خطًّا موازيًا لخطِّ ب ه عليه ز ط فأَقُولُ أَنَّ المربَّعَ الّذِي يكون من از هو مِثْلَا سَطْحِ ب ز ط ح' بُرْهَانُ ذٰلِكَ أَنَّا نُخْرِجُ من نُقْطَةِ ه خطَّ ه ج فخطُّ د ح موازٍ لخطِّ ج ه لِأَنَّ خَطَّىْ ج ب' ب ه قد قُسِمَا بِنِصْفَيْنِ على نقطتَىْ د' ح فنُنْفِذُ خَطَّ ز ط إلَى ك فيكون ط ك موازيًا لخطِّ ح ه فَهو مُسَاوٍ لَهُ وح ه مِثْلُ ب ح فب ح مِثْلُ ط ك ونَجْعَلُ ز ط مُشْتَرِكًا فَخَطُّ ز ك مساوٍ لخطَّىْ ب ح' ز ط مَجْمُوعَيْنِ فَالّذى يَكُونُ مِنْ ضَرْبِ ز ك فِى ب ز مساوٍ لِلّذى يكون مِنْ ضَرْب ب ح وَز ط مَجْمُوعَيْنِ فى ب ز ولكنّ السطْحَ الّذى يكون من ضَرْب ك ز فى ب ز مساوٍ لمربَّعِ خطِّ ا ز كما سبق فى الشكل (١٢) من (ا) والشكل (١٣) منها فالسَطْح الذى يكون من ضَرْبِ ب ح' ز ط مجموعَيْن فِى ب ز مساوٍ لمربَّع ا ز والسَطْح الذى يكون من ضَرْب

اَلْمَقَالَةُ ٱلْخَامِسَةُ
مِنْ
كِتَابِ أَبُلُونِيُوسَ فِى ٱلْمَخْرُوطَاتِ
نَقْلُ ثَابِتِ بْنِ قُرَّة وإِصْلَاحُ بَنِى مُوسَى

من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك إِنِّى قَدْ وَضَعْتُ فِى هٰذِه المقالة الخامسة أَشْكَالًا فى الخطوطِ الكِبَار والصِغَار وَيَنْبَغِى أَنْ يُعْلَمَ أَنَّ مَنْ تَقَدَّمَنَا وَمَنْ فى عصرِنا هَذَا إِنَّمَا شَامُّوا النَظَرَ فى الصِغار مِنْهَا مُشَامَّةً يَسِيرَةً وبذلك بَيَّنُوا أَىَّ ٱلخطوطِ المستقيمة تُماسُّ القطوعَ وعَكْسَ ذلك أَيْضًا أَعْنِى أَىَّ شَىْء تَعرَّضَ للخطوطِ الّتى تُمَاسُّ القُطُوع فإذا عَرَضَ ذلك كانتِ ٱلخطوط مماسّةً فأَمّا نَحْنُ فَقَد بَيَّنَّا هذه الأشياء فى المقالة الأُولَى من غَيْرِ أَنْ نستعْمِلَ فى تَبْيِينِ ذلك أَمْرَ الخطوط الصغار ورُمْنَا أَنْ نَجْعلَ مَرْتَبَتَها قَرِيبًا من مَوْضع ذِكْرِنا لِحُدُوثِ القطوع الثلثة لِنُبَيِّنَ بذلك أَنّه قد يكون منها فى كلّ واحدٍ من القطوع مَا لَا نِهَايَةَ لعَدَدِهِ مِمّا يَعْرِض ويَلْزَم فيها كما عَرَضَ فى الأَقْطَار الأُوَل وأَمّا الأشكالُ الّتى تَكَلَّمْنَا فيها فى الخطوط الصغار فإنّا افردْناها وعزلناها على حِدَةٍ مِنْ بعْدِ فَحْصٍ كثيرٍ وضَمَّنّا القولَ فيها الى القولِ فى الخطوط الكبار الّذى ذكرْنا

أُسَمِّيهِمَا قُطْرَيْن مُزْدَوِجَيْن (١٨) وأسمّى الخطّ المستقيم اذا كان قُطْرًا للخطّ المنحنى او للخطَّيْن المنحنيين وكان قاطِعًا للخطوط المُتَوازية الّتِى هِيَ خُطوطُ التَرْتيبِ لَهُ على زَوَايا قائمةٍ سَهْمًا للخط المنحنى او للخطين المنحنيين (١٩) وأُسمّى القُطْرَيْن اذا كانَا مُزْدَوِجَيْنِ وكان يقطع كلُّ واحدٍ منهما الخطوط الموازية للآخَرِ على زَوَايا قَائِمَةٍ سَهْمَيْن مُزْدَوِجَيْن للخطّ المنحنى او للخطّين المنحنيين ✱

زَوَايَا قَائِمَةٍ (٩) وأُسَمِّيهِ مَائِلًا اذا لَمْ يَكُنْ سهمُهُ قائمًا على قاعدته على زوايا قائمة (١٠) وكلُّ خطٍّ مُنْحَنٍ يكون فى سَطْحٍ واحدٍ مُسْتَوٍ ويُخْرَجُ من نقطةٍ منه فى سطحِهِ خطٌّ مّا مستقيمٌ يقطع كلّ الخطوط التى تُخْرَج فى الخطّ المُنْحَنِى وتنتهى أطرافُها إِلَيْهِ وتكون مُوَازِيَةً لخطٍّ مّا مَوْضُوعٍ بِنِصْفَيْنِ نِصْفَيْنِ فإِنّى أُسمّى ذلك الخطّ المُسْتَقِيمَ قُطْرًا لذلك الخطّ المُنْحَنِى (١١) وأسمّى طَرَفَ ذلك الخطّ المستقيم الذى عِنْدَ الخطّ المُنْحَنِى رَأْسًا للخطّ المنحنى (١٢) وأُسمّى الخطوطَ المُتَوَازِيَةَ الّتى وصفْنا خُطُوطَ التَرْتِيبِ لذلك القُطْر (١٣) وكذلك ايضًا اذا كان خطّان مُنْحَنِيَانِ فى سَطْحٍ واحدٍ فإنّى اسمّى ما كان واقعًا فِيمَا بين الخطَّيْن المُنْحَنِيَيْنِ منَ ٱلخطّ المستقيم الّذى يَقْطَع جَمِيعَ الخطوطِ المستقيمَةِ الخارجةِ فى كلِّ واحدٍ من الخطّين المنحنيين المُوَازِيَةِ لخطٍ مّا بِنِصْفَيْن نصفَيْن قُطْرًا مُجَانِبًا (١٤) وأسمّى طَرَفَي ٱلْقُطْر المُجَانِبِ اللّذين على الخطين المنحنيين راسَيْن للخطَّيْن المنحنيين (١٥) وأسمّى الخطّ المستقيم الذى يَقَعُ بَيْنَ الخطّين المنحنيين ويَقُومُ على القُطْر المجانب ويقْطع جميعَ الخُطُوط المستقيمة المُوَازِيَةِ للقُطْر المجانب إذا أُخْرِجَتْ فِيمَا بين الخطّين المنحنيين حتّى تنتهى أَطْرَافُها الى الخطّين المنحنيين بنصفين نصفين قُطْرًا قَائِمًا (١٦) واسمّى هذِهِ الخطوطَ المُتَوَازِيَةَ خطوطَ ٱلتَّرْتِيبِ لذلك القطر القائم (١٧) وإذا كان خطّانِ مُسْتَقيمَانِ وكَانَا قُطْرَيْن لخطّ مُنْحَنٍ أَوْ لخطّين مُنْحنيين وكان كلُّ واحدٍ مِنْهُمَا قَاطِعًا للخُطُوطِ المُوَازِيَةِ للآخَرِ بنصفين نصفين فإنّى

الحدود

(١) إذا وُصِلَ فيما بَيْنَ نُقْطَةٍ مّا وَبَيْنَ خطٍّ مُحيطٍ بِدائِرَةٍ بِخَطٍّ مُسْتَقِيمٍ ولَمْ يَكُنِ ٱلدَّائِرَةُ والنقطةُ فى سَطْحٍ وَاحِدٍ وأُخْرِجَ الخطُّ المستقيمُ فى الجِهَتَيْن وأُثْبِتَتِ ٱلنّقطة حَتَّى لا تزولُ وأُدِيرَ الخطُّ المستقيمُ عَلَى الخطِّ المحيطِ بالدّائِرَةِ حَتّى يَرْجَعَ الى المَوْضِعِ الأَوّل الّذى مِنْهُ بَدَأَ فَإِنّى أُسَمّى كُلَّ وَاحِدٍ من السَطْحَيْن اللّذَيْنِ يَرْسُمُهُمَا الخطّ المُدَارُ بِمَمَرّهِ وكلُّ واحِدٍ منهما مقابلٌ لِصَاحِبِهِ وقابلٌ للزيادة بِلَا نِهايةٍ إِذَا كان خُرُوجُ الخطِّ المستقِيمِ بِلَا نِهَايَةٍ سَطْحًا مَخْرُوطًا (٢) والنُقطةَ الثابِتَةَ رَأْسًا لكلِّ واحدٍ من السَطْحَيْن المَخْرُوطَيْنِ (٣) وأُسَمّى الخطَّ المستقيمَ الّذى يَمُرُّ بهٰذِهِ النقطةِ وبمَرْكَزِ الدائِرة سَهْمَ ٱلسَّطْحِ ٱلْمَخْرُوطِ (٤) وأُسَمّى الشَّكْلَ الّذى يُحِيطُ بِهِ الدائرة وما بين نقطة الرأْس وبين الدائرة مِنَ السطحِ المخروط مَخروطًا (٥) وأُسَمّى النُقْطَةَ الّتى هِيَ رأْسُ السطحِ المخروط رَأْسًا للمخروط ايضًا (٦) واسمّى الخط المستقيم الذى يَخْرُجُ من رأْس المخروط الى مَرْكَزِ الدائرة سَهْمَ المَخْرُوطِ (٧) وأسمّى الدائرة قَاعِدَة ٱلمخروطِ (٨) وأسمّى المخروط قَائِمَ الزَّاوِيَةِ إِذَا كان سهمُهُ قائمًا على قاعدتِهِ على

καμπύλων γραμμῶν, ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ κειμένων, διάμετρον καλῶ πλαγίαν μὲν, ἥτις εὐθεῖα, τέμνουσα τὰς δύο γραμμὰς, πάσας τὰς ἀγομένας ἐν ἑκατέρᾳ τῶν γραμμῶν παρά τινα εὐθεῖαν δίχα τέμνει. ιδ΄. Κορυφὰς δὲ τῶν γραμμῶν, τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τοῦ διαμέτρου. ιε΄. Ὀρθίαν δὲ διάμετρον, εὐθεῖαν, ἥτις κειμένη μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν πάσας τὰς ἀγομένας εὐθείας, εὐθείᾳ τινὶ παραλλήλους καὶ ἀπολαμβανομένας μεταξὺ τῶν γραμμῶν, δίχα τέμνει. ιστ΄. Τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων. ιζ΄. Συζυγεῖς καλῶ διαμέτρους, καμπύλης γραμμῆς ἢ δύο καμπύλων γραμμῶν, εὐθείας, ὧν ἑκατέρα, διάμετρος οὖσα, τὰς τῇ ἑτέρᾳ παραλλήλους δίχα διαιρεῖ. ιη΄. Ἄξονα δὲ καλῶ καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν, εὐθεῖαν, ἥτις διάμετρος οὖσα τῆς γραμμῆς, ἢ τῶν γραμμῶν, πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὰς παραλλήλους. ιθ΄. Συζυγεῖς καλῶ ἄξονας καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν, εὐθείας, αἵτινες διάμετροι οὖσαι συζυγεῖς, πρὸς ὀρθὰς τέμνουσι τὰς ἀλλήλων παραλλήλους.

ΟΡΟΙ ΠΡΩΤΟΙ.

α΄. Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν, ὅς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ, εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐφ' ἑκάτερα προσεκβληθῇ, καὶ μένοντος τοῦ σημείου ἡ εὐθεῖα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι· τὴν γραφθεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν, ἣ σύγκειται ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ κορυφὴν ἀλλήλαις κειμένων, ὧν ἑκατέρα εἰς ἄπειρον αὔξεται, τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν. β΄. Κορυφὴν δὲ αὐτῆς, τὸ μεμενηκὸς σημεῖον. γ΄. Ἄξονα δὲ, τὴν διὰ τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν. δ΄. Κῶνον δὲ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς μεταξὺ τῆς κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας κωνικῆς ἐπιφανείας. ε΄. Κορυφὴν δὲ τοῦ κώνου, τὸ σημεῖον ὃ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή. στ΄. Ἄξονα δὲ, τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν. ζ΄. Βάσιν δὲ, τὸν κύκλον. η΄. Ὀρθοὺς μὲν καλῶ, τοὺς πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας. θ΄. Σκαληνοὺς δὲ, τοὺς μὴ πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας. ι΄. Πάσης καμπύλης γραμμῆς, ἥτίς ἐστιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ, διάμετρον μὲν καλῶ εὐθεῖαν, ἥτις ἠγμένη ἀπὸ τῆς καμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν τῇ γραμμῇ εὐθείας, εὐθείᾳ τινὶ παραλλήλους, δίχα διαιρεῖ. ια΄. Κορυφὴν δὲ τῆς καμπύλης γραμμῆς, τὸ πέρας τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ. ιβ΄. Τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων. ιγ΄. Ὁμοίως δὲ καὶ δύο

Lebenslauf.

Ich Ludwig Leo Michael Nix bin am 11. April 1865 zu Mainz geboren. Nach vollendetem sechsten Lebensjahre besuchte ich die dortige Volksschule, von wo ich zu Herbst 1874 in das Mainzer Gymnasium überging. Nach Absolvirung desselben bezog ich zu Michaelis 1883 die Universität Leipzig, um mich daselbst dem Studium der orientalischen Sprachen, insbesondere der semitischen zu widmen. Hier hörte ich hauptsächlich die Vorlesungen der Herren Geh. Rath Krehl, Professor Friedr. Delitzsch, später noch die des Herrn Geh. Rath Fleischer, über verschiedene semitische Sprachen. Seit meinem zweiten Semester hörte ich auch die Vorlesungen des Herrn Prof. Freiherrn von der Gabelentz über einige ostasiatische Sprachen, wobei ich besonders durch das Chinesische gefesselt wurde, dem ich auch in der Folge neben meinen semitischen Studien weiter oblag. Die Osterferien 1888 verbrachte ich in Oxford zwecks handschriftlicher Studien. Hierauf brachte ich noch das Sommersemester 1888 in Leipzig zu und begab mich im Wintersemester 1888/89 nach Berlin, wo ich für dieses Semester Mitglied des Seminars für orientalische Sprachen war, und mich an den Uebungen der Herren Prof. Hartmann und Scheich Hassan Taufik über modernes Arabisch betheiligte.
